This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06909597 8

Sammlung Göschen

Perspektive

nebst einem Anhang

über

Schattenkonstruktion und Parallelperspektive

Mit 88 Figuren

von

Hans Freyberger

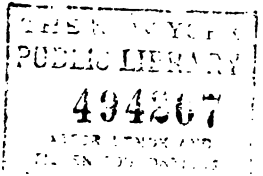
Architekt, Fachlehrer an der Kunstgewerbeschule in Magdeburg

3., unveränderte Auflage

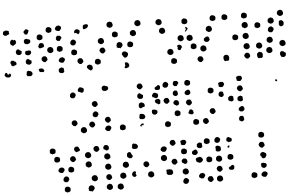
Leipzig

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung

1903



Alle Rechte, insbesondere das Übersetzungsrecht von der Verlagshandlung vorbehalten.



Spamersche Buchdruckerei in Leipzig.

Inhalt.

Seite

I. Kapitel. **Geschichte und Wesen der Perspektive** . 9—12

§ 1. Albrecht Dürer, der Vater der Perspektive . 9
§ 2. Orthogonale Projektion auf die 3 Grundebenen 11
§ 3. Gliederung der Perspektive 11

II. Kapitel. **Naturstudien** . . . . . 12—20

§ 4. Betrachtungen in der Natur 12
§ 5. Schlüsse daraus 14
§ 6. Motive 16
§ 7. Richtung des Auges auf den Gegenstand . . 17
§ 8. Bedeutung der Naturstudien 18
§ 9. Mechanische Hilfsmittel 20

III. Kapitel. **Perspektivische Konstruktionen** . . 21—27

§ 10. Grundrißmethode 21
§ 11. Erklärung 21
§ 12. Apparate 23
§ 13. Praktische Anwendung 23
§ 14. Kreuz 23
§ 15. Bemerkungen 23
§ 16. Winke für die Ausführung 27
§ 17. Anwendung dieser Methode 27

IV. Kapitel. **Freie Perspektive** . . . . . 27—70

§ 18. Wagerechte Ebenen 27
§ 19. Senkrechte Ebenen 29
§ 20. Schnittlinien dieser 29
§ 21. Darstellung 30
§ 22. Fluchtpunkte beliebiger Parallelen 30
§ 23. Bezeichnungen 32
§ 24. Augenhöhe 32
§ 25. Hauptpunkt 33
§ 26. Abstand 33

Seite

§ 27. Bildfläche 33
§ 28. Persp. Einheit 33
§ 29. Beisp. Quadrat 34
§ 30. Quadrat unter 45° 34
§ 31. Rechteck 35
§ 32. Zweck des Abstandspunktes D 36
§ 33. Teilpunkt 36
§ 34. Teilpunkte für rechte Winkel 38
§ 35. Aufsuchung der Teilpunkte 38
§ 36. Beispiel. Würfel 42
§ 37. Hilfspunkte auf der Bildfläche 42
§ 38. Teilstrecke des Abstandes 42
§ 39. Teilstrecken der Teilpunkte 45
§ 40. Parallele, deren Fluchtpunkt nicht auf der Bildfläche liegt 46
§ 41. Fluchtpunkte des rechten Winkels 47
§ 42. Aufgabe: Zu einer gegebenen Geraden einen rechten Winkel zu zeichnen 47
§ 43. Aufgabe: Rechter Winkel nach D^r und D^l an beliebigem Punkte 47
§ 44. Dieselbe Aufgabe. Andre Lösung 49
§ 45. Abstand gesucht 50
§ 46. Sämtliche Hilfspunkte auf der Bildfläche gesucht. Diagonalpunkt 50
§ 47. Perspektivische Teilung 53
§ 48. Betrachtung der Aufgabe 54
§ 49. Aufgabe: Eine Gerade nach gegebenem Verhältnis zu teilen 54
§ 50. Perspektivisch gegebene Strecken abtragen . . 55
§ 51. Andre Lösung 55
§ 52. Kreis in der Bildebene 57
§ 53. Kreis in wagerechter Ebene 57
§ 54. Wichtige Aufgaben über Kreiskonstruktion . . 59
§ 55. Konzentrische Kreise 62
§ 56. Erhöhter Kreis 62
§ 57. Kreisteilung 63
§ 58. Kugel. Umdrehungskörper 65
§ 59. Schiefe Ebenen 65

V. Kapitel. **Methode der kleinen Quadrate** 71
§ 60. Erklärung. Beispiel 71

Seite

VI. Kapitel. **Schattenperspektive** . . . . . 71—78

§ 61. Beleuchtung 71
§ 62. Selbstschatten und Schlagschatten 74
§ 63. Lichtstrahlen 74
§ 64. Sätze 74
§ 65. Sonnenbeleuchtung 74
§ 66. Beispiel für Kerzenbeleuchtung 75
§ 67. Stand der Sonne im Rücken des Beschauers 76
§ 68. Stand der Sonne über der Bildebene . . . 76
§ 69. Stand der Sonne vor dem Beschauer . . . 76

VII. Kapitel. **Spiegelperspektive** . . . . . 79—80

§ 70. Satz 79
§ 71. Erklärung 79
§ 72. Beispiel der Wasserspiegelung 80

VIII. Kapitel. **Luftperspektive** . . . . . 80—82

§ 73. Allgemeine Erklärung 80

IX. Kapitel. **Übungsbeispiele** . . . . . 83—97

X. Kapitel. **Anhang über Parallelperspektive** . 98—102

XI. Kap. **Anhang über geom. Schattenkonstruktion** 103—127

Allgemeines 103
Achteckiges Prisma mit Deckplatte 105
Cylinder mit Deckplatte 107
Cylinder mit runder Deckplatte 109
Wagerechter Ring 113
Nische 114
Hohlkugel 115
Kegel 117
Gruppe von Körpern in schräger Stellung . . . 121
Kugel 123
Drehungs-Ellipsoid 126

Literatur-Angabe 8

Literatur.

Schreiber, Lehrbuch der Perspektive, Leipzig.

G. F. Hetsch, Leitfaden der Perspektive, Leipzig 1895.

Kleiber, Katechismus der angewandten Perspekt., Leipzig 1892.

Gehler, Die Perspektive als selbständige Kunstwissenschaft, Grimma i. S. 1894.

Kolbenheyer, Die Vogelperspektive, Berlin 1895.

Conz, Gesetze der Perspektive, Stuttgart 1895.

Seeberger, Prinzipien der Perspektive, 1879.

Seeberger, Grundzüge der perspekt. Schattenlehre, Regensburg 1880.

Göller, Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde, Stuttgart 1895.

v. Sigl, Schatten von Umdrehungskörpern, Wien.

I. Kapitel.

Geschichte und Wesen der Perspektive.

§ 1. Unser Altmeister Albrecht Dürer hat im Jahre 1525 zu Nürnberg ein kleines Werk geschrieben und gezeichnet, benannt: „Underweysung der messung mit dem zirkel und richtscheyt, in Linien, ebenen und gantzen corporen" und spricht darin von Malern, „die die kunst der messung nit gelernt haben, on die keyn rechter werkman werden oder seyn kann, des aber jr meyster schuld gewest, die solche kunst selbs nit gekündt haben".

Diese Schrift handelt im allgemeinen von dem, was wir heute „Perspektive" nennen, und es geht daraus hervor, daß die Kenntnis der „Kunst der Messung" noch recht wenig tiefe Wurzeln gefaßt hatte. In der Tat, betrachten wir die Malereien der vorangegangenen romanischen Periode, so fällt vor allem ihre ausgesprochene flache Wirkung auf. Die Figuren sehen, trotz ihrer feinen Linienführung und prächtigen Farbenwirkung, immer aus, als ob sie in die Fläche niedergedrückt wären; wo vollends Architektur und Landschaft hinzutreten, erscheint die Darstellung unserem Auge recht unbeholfen. Sicher ist jedoch, daß das Gefühl für perspektivische Wirkung bei *den Bauten damaliger* Zeiten schon kräftig mitgewirkt hat.

Insbesondere gilt dies von den Bauwerken der Griechen und Römer, deren gewaltige Plastik an sich auf ein tüchtiges Naturstudium und damit auch auf das Vorhandensein von perspektivischem Empfinden hinweist (Fig. 1). Die älteren Kulturvölker beweisen durch ihre meist in der Fläche gehaltenen bildlichen Darstellungen, daß ihnen die Gesetze der Perspektive völlig fremd waren. Noch bis

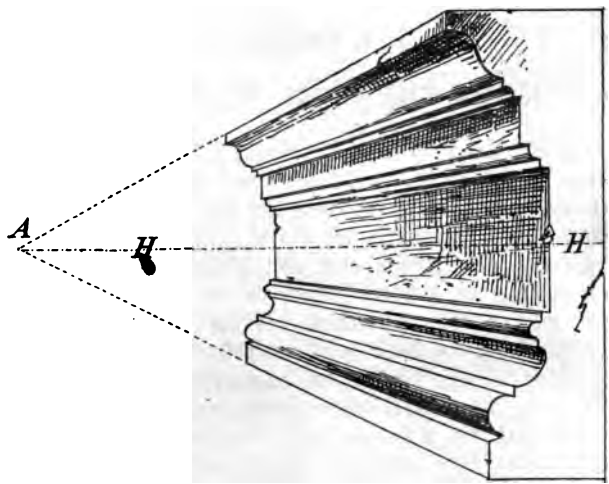


Fig. 1.

zur Zeit der Gotik scheint ein geheimnisvoller Schleier die Perspektive verhüllt zu haben. Auch Albrecht Dürer verstand die schwierigeren Anwendungen z. B. für schräge Ansichten noch nicht, obgleich ihm gerade Ansichten und Übereckstellungen geläufig waren.

Die weiteren Forschungen blieben somit späteren *Zeiten vorbehalten;* diese wurden hauptsächlich von den

Italienern gefördert, welche für ihre Theater Prospekte malten, und von den Franzosen, welche diese Wissenschaft vervollkommneten und deren Gesetze ergründeten und klarlegten. (Schriften von Taylor und Lambert 1750.)

Heute vermögen wir das Bild jedes Körpers in beliebiger Lage und Entfernung perspektivisch zu bestimmen.

§ 2. Da wir an einem Körper 3 Richtungen der Ausdehnung, Höhe, Breite, Tiefe, unterscheiden, so lag es nahe, behufs Darstellung von Körpern auf ebener Bildfläche, z. B. auf dem Papier, die senkrechten Projektionen dieser drei Ausdehnungen auf drei senkrecht zueinander stehende Grundebenen zu zeichnen. So erhielt man von demselben Körper drei Ansichten, benannt Aufriß, Grundriß, Kreuzriß; aus diesen drei mußte man sich die räumliche Gestalt des Körpers im Geiste zusammenstellen.

Im Gegensatz hierzu lehrt die Perspektive ein Verfahren, welches diese drei Ansichten in einem einzigen Bilde wiedergibt und zwar in derselben Form, in welcher das Bild des betreffenden Körpers unserem Auge erscheint. Eine vollkommene Täuschung wird allerdings nur erreicht durch Wiedergabe des Körpers nach Form und Farbe; die Farbe verlangt nun ein Studium für sich und erscheint zunächst minder wichtig: kann man doch aus einer flüchtigen Bleistiftzeichnung eine ziemlich genaue Vorstellung des dargestellten Gegenstandes gewinnen.

§ 3. Die Perspektive gliedert sich in:

1. Linienperspektive, welche die Form in Linien darstellt;
2. Schattenperspektive, welche die Wirkung der Beleuchtung lehrt;
3. Spiegelperspektive, welche die Spiegelung *aufklärt;*

4. Luftperspektive, welche die Erscheinungen in Bezug auf Farbe prüft.

II. Kapitel.

Studien nach der Natur.

§ 4. Wer Perspektive studieren will, wende sich zunächst an die Mutter Natur und suche aus ihrer Beobachtung zu schöpfen. Man gehe hinaus auf das freie Feld, wo nah und fern Ortschaften liegen, Berge, einzelne Gehöfte, Ackerfurchen, Baumreihen und dergl. sichtbar sind. Es ist sofort klar, daß wir nicht alles auf einmal übersehen können, unser Gesichtsfeld also auf ein bestimmtes Maß beschränkt ist; wollen wir mehr sehen, so müssen wir den Kopf wenden, bis schließlich der ganze Rundblick vollendet ist. Das zunächst vorliegende Dorf liegt breit vor unseren Blicken, weiter entfernt sehen wir mehrere Dörfer, im fernsten Hintergrunde zeigt sich noch eine Kirchturmspitze, so klein und dünn, daß wir sie mit dem kleinen Finger verdecken können.

Die Grenzlinie zwischen Himmel und Erde erscheint als eine langgedehnte, wagerechte Gerade, die mit unserem Auge in gleicher Höhe zu liegen scheint; ab und zu wird dieselbe von hervorstehenden Turmspitzen, Kaminen oder Bergrücken unterbrochen. Wir gehen nun weiter und suchen uns ein großes einfaches Objekt aus, z. B. eine Kaserne, und versuchen eine Zeichnung derselben ins Skizzenbuch zu bringen (Fig. 2).

Das Skizzieren nach der Natur geschieht am besten *durch „Visieren"; wir* halten den Bleistift mit *ausgestrecktem Arm wagerecht* oder senkrecht vor und beobachten,

welchen Winkel die abzubildende Linie mit unserem Bleistift bildet; diesen Winkel suchen wir auf dem Papier wiederzugeben. Haben wir so die Hauptrichtungen gefunden, so handelt es sich um die Längen. Zur Ermittlung dieser kann man auch wieder den Bleistift mit ausgestrecktem Arm vorhalten und prüfen, wie oftmals die ganze Bleistiftlänge oder eine Teilstrecke davon in der Gesamtlänge des Gegenstandes enthalten ist. Die

Fig. 2.

Bestimmung der Maße ist sogar mit dem Maßstab durchzuführen, indem man denselben vorhält und die Längen darauf anmerkt. Der erste Teil des Gebäudes geht z. B. bis 20, der zweite bis 30 u. s. f. Der Maßstab kann dabei an die jeweilige Richtung der zu messenden Linie angehalten werden, indem man denselben von der senkrechten Richtung ausgehend seitlich so weit dreht, bis er sich mit der betreffenden Linie deckt; die Drehung darf aber nicht etwa nach vorwärts oder rückwärts erfolgen, *das würde falsche* Verhältnisse ergeben.

§ 5. Haben wir eine derartige Zeichnung a führt, und untersuchen wir dieselbe näher, so finde daran einige Beobachtungen bestätigt, die wir scho unserer ersten Umschau gemacht haben.

1. Den Abschluß unseres Gesichtskreises bildet eine in Augenhöhe liegende wagerechte Gerade.

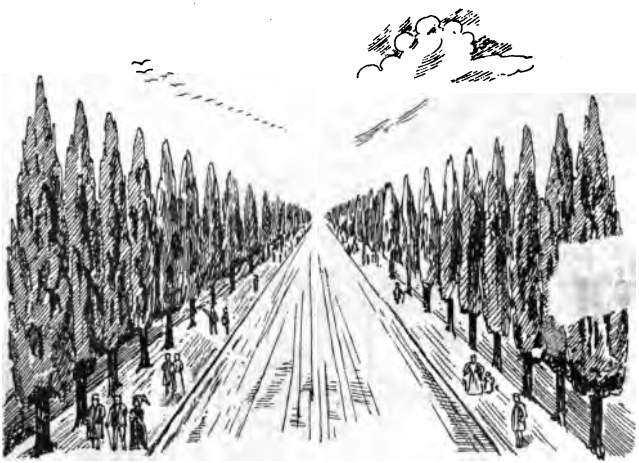


Fig. 3.

2. An sich gleiche Größen erscheinen bei wachsender Entfernung kleiner.
3. Parallele Gerade laufen im Bilde nach einem Punkt zusammen; für wagerechte Gerade liegt dieser Punkt auf der Augenhöhe und für solche Wagerechte, die parallel mit unserer Sehrichtung gehen, liegt er dem Auge gerade gegenüber auf dem Gesichts*kreis*. *Diesen* Punkt nennt man Hauptpunkt.
4. *Senkrechte Gerade* erscheinen senkrecht.

Fig. 4.

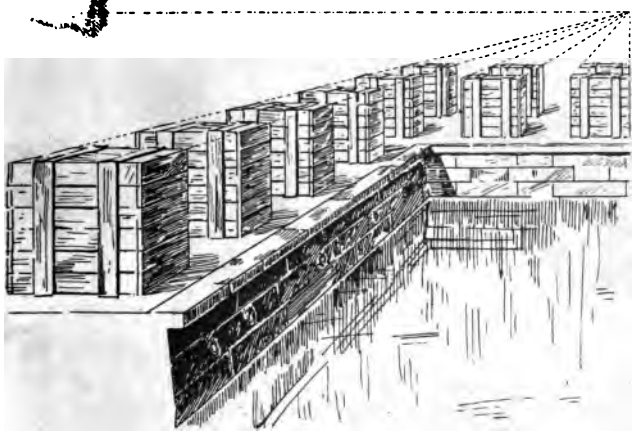


Fig. 5.

Wir setzen nun unsere Naturstudien fort und erleichtern uns die Sache jetzt damit, daß wir zuerst Augenhöhe und Hauptpunkt auf dem Blatt angeben und alles Weitere darauf beziehen.

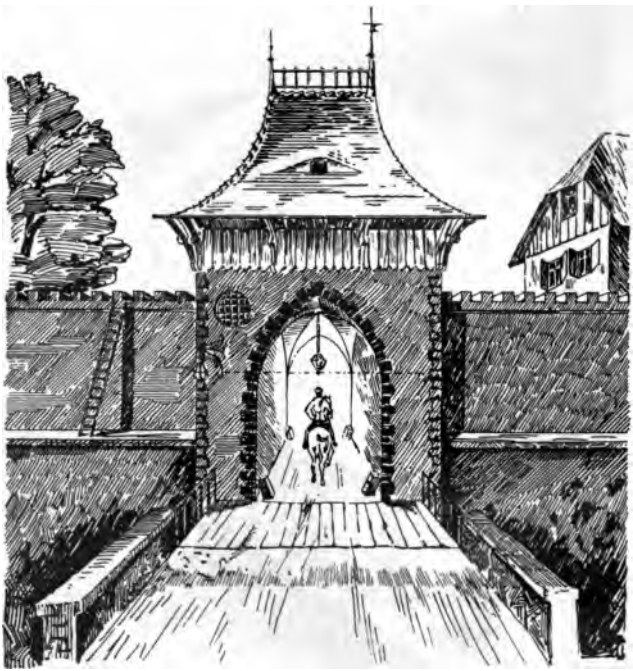


Fig. 6.

§ 6. Gegenstände für derartige Studien finden sich allerorts in reicher Auswahl; es sind hier einige mit aufgenommen, welche perspektivische Gesetze besonders auf*fallend veranschaulichen*, z. B. die Pappel-Allee (Fig. 3),

die Eisenbahnschienen (Fig. 4), die Kisten-Reihe (Fig. 5), das Tor mit Zugangsstraße (Fig. 6), das Haus mit der Treppe (Fig. 7), die Litfaßsäule (Fig. 8), der runde Brunnen (Fig. 9), die Achse mit den Rädern (Fig. 10). In den letzten 4 Figuren kommen auch Kreise vor, und

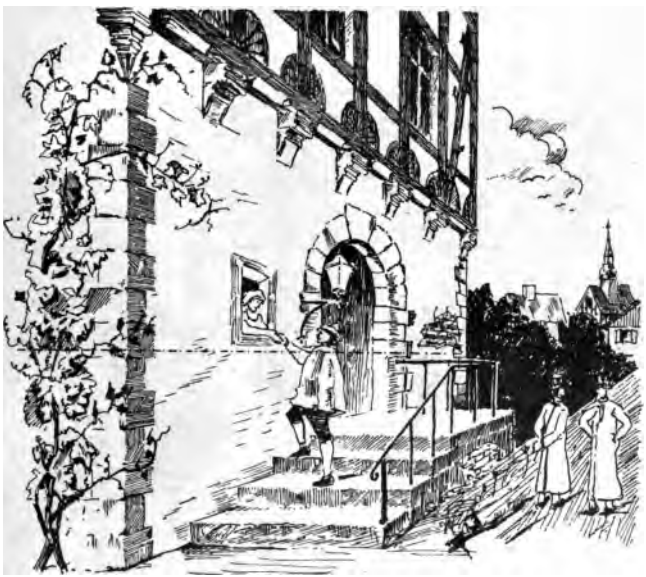


Fig. 7.

der Zeichner bemühe sich, solche nach seiner Beobachtung zunächst so gut wie möglich wiederzugeben.

§ 7. Erste Voraussetzung beim Skizzieren nach der Natur ist, daß man sein Auge unverrückt immer wieder auf *dieselbe* Stelle einrichte, also nicht etwa einmal den *Kopf nach links* und dann wieder nach rechts wende.

denn jede neue Sehrichtung gibt ebenso wie jeder neue Standpunkt ein neues Bild. Für den Anfänger ist unerläßlich, daß sein Gesicht dem abzuzeichnenden Körper immer gerade zugewendet sei, wie dieser auch stehe oder hänge, gerade oder schief; liegt also der betreffende Gegenstand seitlich, so drehe man seinen Sitz nach dieser Richtung.

Fig. 8.

§ 8. Die Bedeutung derartiger Studien liegt vor allem darin, daß sie uns mit den wesentlichen Eigenschaften der Perspektive durch eigene Anschauung vertraut machen und uns damit das Verständnis der *späteren Konstruktionen* erleichtern.

§ 9. Außer dieser, für das zeichnerische Können nutz-

Fig. 9.

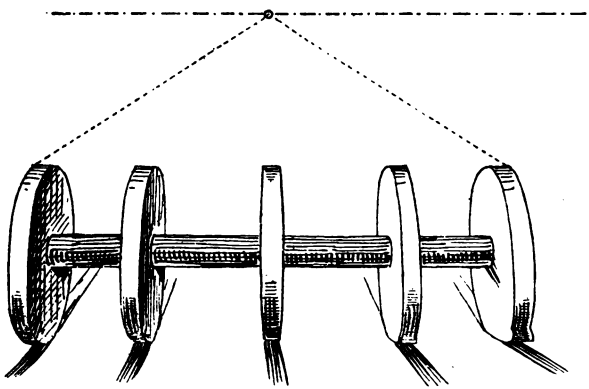


Fig. 10.

bringenden Art der freihändigen Aufnahme von Ansichten gibt es zur Erzielung perspektivischer Bilder noch andere Wege, nämlich die Anwendung mechanischer Hilfsmittel. Solche sind:

1. Die Glastafel; man zeichne auf einer senkrecht aufgestellten Glastafel mit Deckfarbe die Linien nach, wie man sie durchsieht; oder man kann die Glastafel mit einer durchsichtigen dünnen Wachsschicht überstreichen und darauf die Linien einziehen.

2. Der Perspektograph, ein Gummifaden mit Perle oder Spitze und Zeichenstift am Ende; man hat dabei den Stift so zu führen, daß die Perle längs der abzubildenden Linien gleitet.

3. Camera lucida: ein geschliffener Dreikant fängt das vorliegende Bild auf und reflektiert es auf die wagerecht darunter liegende Zeichenfläche; durch einen Spalt sieht man das Bild mit dem einen Auge und leitet mit dem anderen den Bleistift auf dem Papier. Dieser Apparat wird gern von Architekten benützt, da man ihn auch zum Verkleinern eines Bildes gebrauchen kann; die Augen werden dabei allerdings sehr stark in Anspruch genommen.

4. Die Präzisionszeichenmaschine von Hefner-Alteneck; ein sinnreiches und einfaches Mittel zum direkten Nachzeichnen der Natur. (Zu haben bei Gebr. Bormann Nachf., Berlin, Brüderstr. 39.)

5. Der photographische Apparat.

III. Kapitel.

Perspektivische Konstruktionen.

Vorbedingungen sind einige Erfahrung in Handhabung von Lineal und Zirkel, Kenntnis der Hauptsätze der ebenen Geometrie, sowie Verständnis einfacher orthogonaler Projektionen (zu den Grundebenen rechtwinkliger Lotungen).

Grundrißmethode.

§ 10. Wenn ein Körper für unser Auge sichtbar sein soll, so muß er beleuchtet sein; die Lichtstrahlen, welche der Körper empfängt, werden von da nach allen Seiten zurückgeworfen; von jedem sichtbaren Punkt trifft ein solcher Strahl unser Auge; die Summe all dieser von dem Körper nach unserem Auge zurückgeworfenen Strahlen erzeugen in diesem das Bild des Körpers.

Die Lichtstrahlen werden hier immer geradlinig und die beiden Augen als eins angenommen.

§ 11. Nun die Bildfläche. Wir haben ein Reißbrett, ein Skizzenbuch, einen bespannten Rahmen, kurz eine begrenzte ebene Fläche vor uns, auf die wir zeichnen oder malen wollen.

In Fig. 11 sei O unser Auge, wir sollen den großen Würfel X zeichnen. Wir denken uns den Rahmen zwischen O und X aufgestellt und von allen Ecken des Würfels die Strahlen (gerade Linien) nach O gezogen.

Diese Linien sollen den Rahmen in m, n, o, p, q, r, s durchdringen. Verbinden wir nun diese Punkte entsprechend miteinander, so erhalten wir ein lineares perspektivisches Bild des Würfels X.

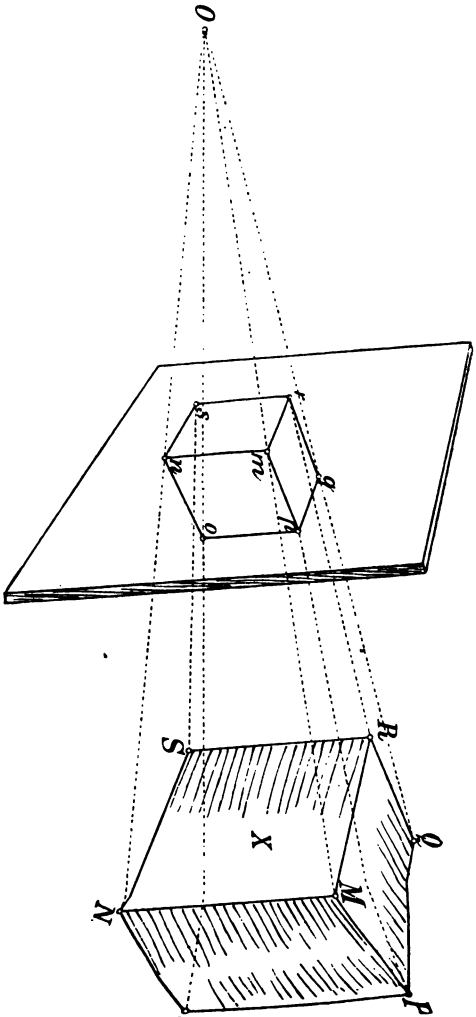


Fig. 11.

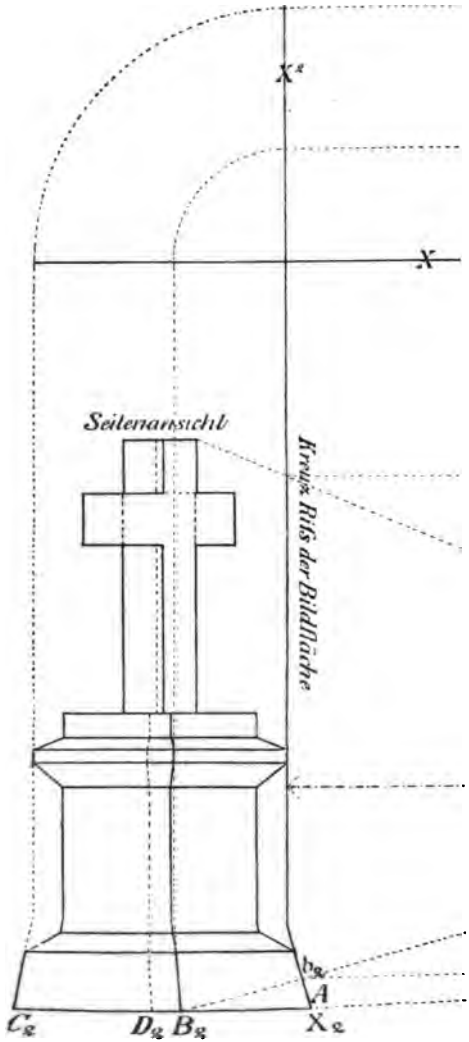
§ 12. Apparate, welche diesen Vorgang sinnfällig darstellen, wobei z. B. die Sehstrahlen mit roten Fäden und die Bildfläche als Glastafel erscheint, werden in den Schulen als Lehrmittel verwendet.

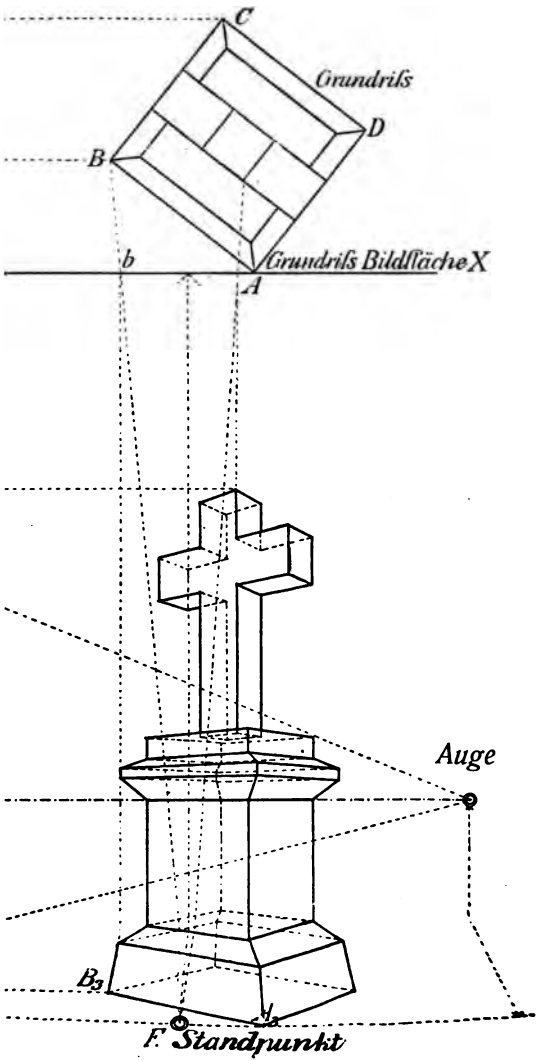
§ 13. Fig. 12, Seite 24/25. Wir können obiges praktisch verwerten, wenn wir Lotungen der Sehstrahlen in Grund- und Kreuzriß zeichnen.

§ 14. Angenommen, A B C D sei der Grundriß eines Kreuzes mit Unterbau; die Bildebene sei im Grundriß dargestellt durch XX; F sei der Standpunkt des Beschauers; wenn man nun von irgend einer Ecke des Grundrisses nach F zieht, so hat man im Schnittpunkt dieses Strahls mit der Bildfläche XX den Grundriß des Punktes im perspektivischen Bild; konstruiert man sich nun einen Kreuzriß des Körpers mitsamt der Bildfläche und dem Auge, so schneiden die Strahlen von den Körperkanten nach dem Auge offenbar auf der Bildfläche die zugehörigen Höhen ab; damit ist aber jeder Punkt in der perspektivischen Darstellung bestimmt, also auch das ganze Bild.

Will man z. B. den Punkt B in Perspektive setzen, so zieht man den Strahl nach F; dieser schneidet die Bildfläche in b; von b wird senkrecht zu XX heruntergezogen; im Kreuzriß zieht man den Strahl nach dem Auge; dieser schneidet X_2 X_2 in b_2; von b_2 wagerecht herüber bis zum Schnitt mit der Senkrechten aus b, ergibt den Punkt B_3 als perspektivisches Bild des Punktes B am gegebenen Körper. So verfährt man weiter mit allen zur Konstruktion notwendigen Punkten und erhält damit das Bild des ganzen Körpers.

§ 15. Diese Art der Konstruktion benötigt weiter keine Hilfspunkte und ist überall da anzuwenden, wo man *Grundriß und* Aufriß zur Hand hat, also z. B. bei Bau


X²
X
Seitenansicht
Kreuz Riß der Bildfläche
b₂
A
C₂
D₂ B₂
X₂


C
Grundriſs
D
B
b
Grundriſs Bildfläche X
A
Auge
B_3
F Standpunkt

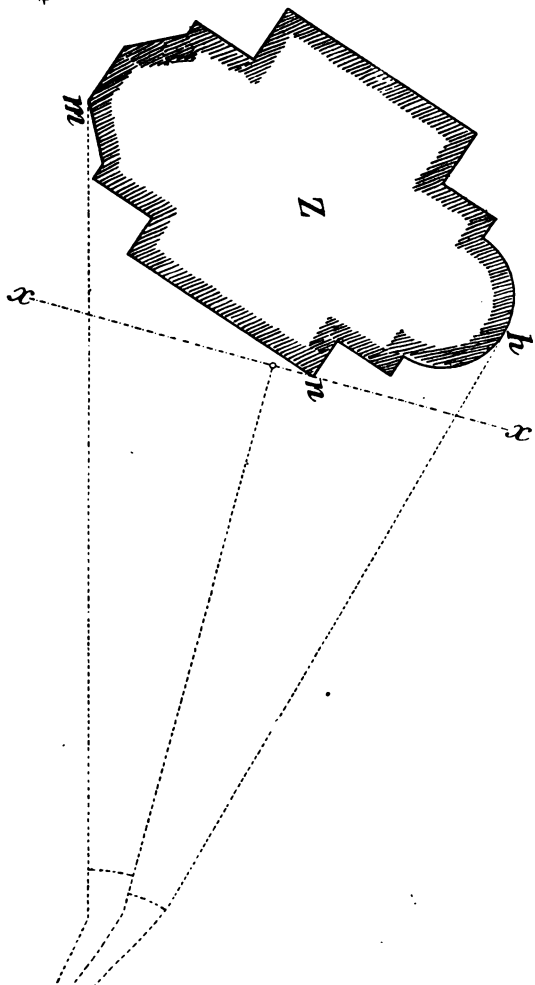


Fig. 14.

plänen. Der Standpunkt muß dabei gegeben sein, und man weiß also, aus welcher Richtung und Entfernung das Bild eine Ansicht des Objektes liefert. Der senkrechte Abstand des Standpunkts F von XX und der senkrechte Abstand des Auges von X_2 X_2 sind natürlich gleich. Er soll etwa zweimal so groß sein, als das Objekt in seinem größten Maß nach Höhe und Breite; es kommt nur noch darauf an, wie hoch man das Auge nimmt.

Fig. 13, Seite 40/41 bietet ein weiteres Beispiel einer derartigen Konstruktion.

§ 16. Ist nun wie in Fig. 14 ein Grundriß Z und Standpunkt F gegeben, so zieht man die beiden äußeren Strahlen Fh Fm und halbiert den Winkel m Fh; senkrecht zu dieser Winkelhalbierenden zieht man durch die äußerste Kante n den Grundriß der Bildfläche XX.

§ 17. Diese Methode genügt zumeist einfacheren Ansprüchen im Baufache; für weitergehende Anforderungen, besonders für Konstruktionen reicher Einzelheiten würde sie sehr umständlich werden. Da Grundriß und Aufriß fertig vorhanden sein müssen, gestattet sie der Phantasie des Künstlers keinen Spielraum mehr und ist daher für malerische Zwecke unbrauchbar.

IV. Kapitel.

Freie Perspektive.

§ 18. Nimmt man ein Blatt Papier, ein Stück ebener Pappe oder, wie in Fig. 15 oben, ein Brett und hält dasselbe wagerecht und in Augenhöhe, so ist von der *Ebene des Brettes* nichts sichtbar; man sieht nur seine *vordere Kante;* dasselbe Brett etwas höher gerückt, wie

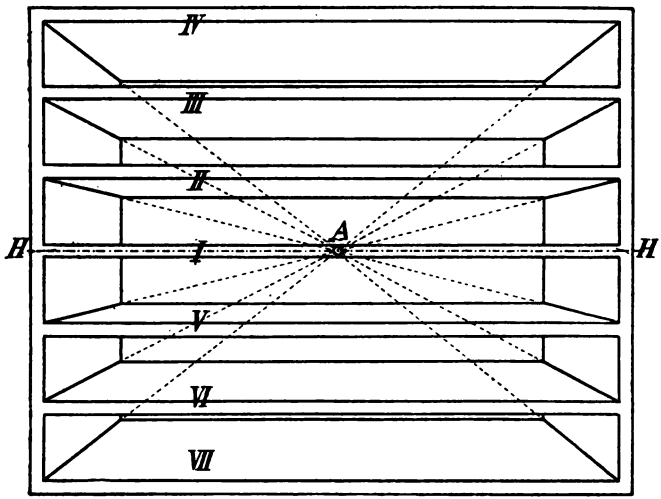


Fig. 15.

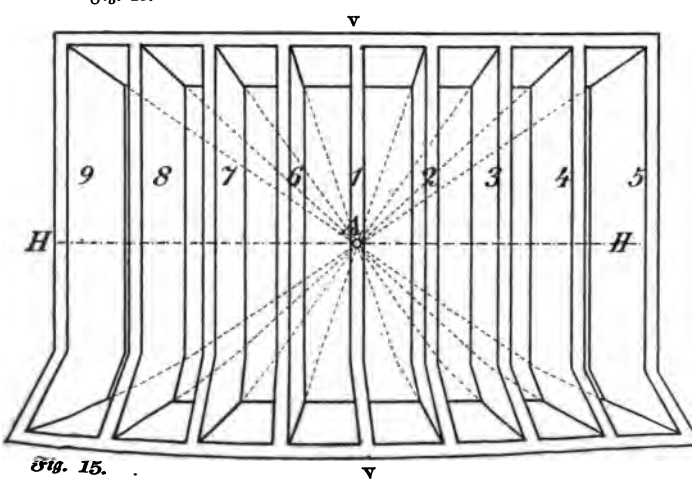


Fig. 15.

in Lage II, ergibt schon eine schmale Untersicht, noch höher eine etwas breitere Untersicht, und diese Untersicht wächst an Breite zusehends mit der Entfernung des Brettes von der Augenhöhe; dieselbe Erscheinung haben wir als Aufsicht bei Lage V, VI und VII.

Wenn nun die Ebene des Brettes I bis zum Schnitt mit dem unendlich fern gedachten Himmelsgewölbe verlängert würde, so bekäme man als Spur eine wagerechte Gerade, die mit H H bezeichnet werden und fortan Augenhöhe heißen soll.

H H ist also die Spur der durch unser Auge wagerecht gelegten Ebene am Himmelsgewölbe; man nennt eine solche unendlich ferne Spur einer Ebene ihre Flucht. Was für eine Flucht würde zum Beispiel die Ebene II haben?

Jedenfalls eine wagerecht Gerade; unter der Augenhöhe kann die Gerade nicht liegen, da sonst die Ebene II die Ebene I schneiden müßte, was nach der Voraussetzung, daß beide wagerecht sind, also parallel, nicht möglich ist; über H H kann die Flucht noch nicht liegen, weil sonst die unendliche Ferne auch nicht erreicht wäre. Die Flucht muß also mit H H zusammenfallen; dasselbe gilt von den Ebenen III, IV und sinngemäß von V, VI, VII; die Flucht aller wagerechten Ebenen ist also die Augenhöhe H H.*)

§ 19. Nimmt man nun, wie in Fig. 15 unten, in der Sehrichtung eine senkrechte Ebene 1 durch das Auge an, so ergibt sich als Flucht die Senkrechte V V; dies ist gleichzeitig die Flucht für alle weiteren Ebenen, die zu Ebene 1 parallel gehen, also für 2, 3 u. s. w.

§ 20. V V und H H schneiden sich in A. A ist der Hauptpunkt und die Linie von A nach dem Auge die Sehachse. Die Sehachse bezeichnet also die Schnitt-

*) *In den Lehrbüchern ist hierfür bisher die Benennung Horizont üblich* gewesen.

linien der Ebenen I und 1; alle weiteren zur Sehachse parallelen Linien können betrachtet werden als Schnittlinien zweier Ebenen, wovon die eine parallel ist zu I, die andere parallel zu 1. Die Flucht dieser Schnittlinien muß also sowohl auf H H als auch auf V V liegen, das heißt im Hauptpunkt A. Damit ist erwiesen, daß alle Parallelen der Sehachse ihre Flucht im Hauptpunkt A haben.

§ 21. Wir suchen nun diese Betrachtungen für unsere bildliche Darstellung zu verwerten. Angenommen, wir zeichnen auf ein Reißbrett und stellen dieses als Bildebene senkrecht zur Sehachse auf, so wird die durch das Auge gehende wagerechte Ebene unsere Bildfläche nach einer Geraden schneiden, die sich mit H H vollkommen deckt, d. h. die Flucht der wagerechten Ebene in Wirklichkeit fällt mit der Flucht auf dem Bilde zusammen. Ebenso wird die Sehachse die Bildfläche in einem Punkte durchdringen, welcher sich mit A genau deckt, d. h. der Fluchtpunkt aller zur Sehachse parallelen Geraden ist auf dem Bilde der Hauptpunkt A. Senkrechte Gerade würden ihren Fluchtpunkt im Zenit und Nadir (höchste und tiefste Punkte senkrecht über und unter uns am Himmelsgewölbe) haben, also auf der Bildfläche senkrecht erscheinen.

Nehmen wir nun Fig. 16 eine wagerechte Gerade im Winkel von 45^0 zu Ebene V V rechts hinaus und legen wir durch das Auge eine Parallele, so wird diese ihre Flucht am Himmelsgewölbe in einem Punkt D auf H H haben; alle anderen dazu Parallelen würden also dort auch ihre Flucht haben. Die Gerade vom Auge nach D würde die Bildfläche in einem Punkte durchdringen, welcher sich, von unserem Auge aus gesehen, mit D genau deckt; D ist also für die Bildfläche der Fluchtpunkt aller *wagerechten Geraden*, die unter 45^0 nach rechts hinausgehen.

§ 22. Für jede andere beliebige Richtung von

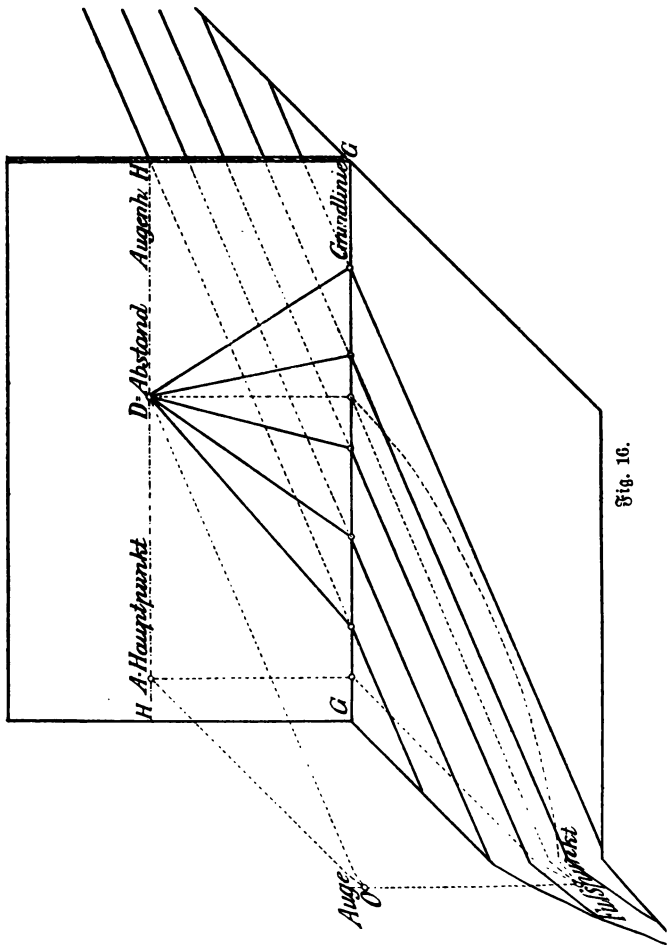

Augenh. H
Grundlinie G
D Abstand
H Hauptpunkt
G
Auge
Hauptpunkt

Fig. 16.

Geraden würde sich dementsprechend der Fluchtpunkt am Himmelsgewölbe mit dem Durchgangspunkt der Parallelen aus dem Auge durch die Bildfläche vollkommen decken, und wir können daher den Satz aufstellen: „Auf der Bildfläche ist der Fluchtpunkt einer beliebigen Geraden da, wo ihre Parallele durch das Auge die Bildfläche trifft."

Schief ansteigende Gerade haben daher ihre Fluchtpunkte über der Augenhöhe; abfallende Gerade unter der Augenhöhe. Die Bilder einer Schar wagerechter Parallelen ergeben sich wie in Fig. 16 ersichtlich.

§ 23. Die wagerechte Ebene, auf der wir stehen, nennt man Grundebene (Fig. 16); in ihr liegt der Fußpunkt senkrecht unter dem Auge. Der Schnitt G G der Grundebene mit der Bildfläche ist die Grundlinie, der Raum von G G bis H H ist das Bild der ins Unendliche verlängert gedachten Grundebene; bei O senkrecht über dem Fußpunkt ist das Auge; die Gerade O A steht senkrecht auf H H und bezeichnet demgemäß die Entfernung des Auges von der Bildebene; trägt man die Strecke O A links und rechts auf H H ab, so erhält man die Punkte D rechts und D links; diese Punkte bezeichnen wir mit Abstand; in Figur 16 ist der Abstand nur nach rechts abgetragen (sonst Distanz genannt); D^r und D^l sind gleichzeitig die Fluchtpunkte für alle Wagerechten unter 45^0 zur Bildebene.

Mit Hilfe dieser Punkte läßt sich schon eine ganze Reihe von Aufgaben in gerader Ansicht lösen.

Allgemeine Bemerkungen.

§ 24. Für perspektivische Konstruktionen ist die *Augenhöhe immer* als bekannt anzunehmen; sie beträgt *für gewöhnlich* 1,60 m, für besonders hohe Objekte kann

man sie auch höher annehmen und für niedere Gegenstände tiefer. Man nehme an, man sähe das Bild durch ein kleines Loch; da man hierdurch nur mit einem Auge sehen kann, so sind beide Augen bei Konstruktionen auch immer nur für eins angenommen.

§ 25. Der Hauptpunkt liegt im allgemeinen etwa in der Mitte des Bildes, denn er bezeichnet den Punkt, der auf dem Bilde dem Auge gerade gegenüber liegt; er kann also auch als bekannt gelten.

§ 26. Will man einen Gegenstand mit einem Blick übersehen, so muß man sich in einiger Entfernung davon aufstellen; für eine gute Ansicht ist gerade das Maß dieses Abstandes von Bedeutung. Man soll so weit von dem Gegenstand zurücktreten, als dieser hoch ist, oder wenn die Breite größer ist als die Höhe, als er breit ist. Ein Haus, das z. B. 20 Meter hoch ist, bedingt für eine gute Ansicht wenigstens einen Abstand von 20 Metern; besser ist es, man nimmt einen Abstand von 30 Metern; im allgemeinen gilt die Regel, daß man das $1^1/_2$- bis 2fache der größeren Ausdehnung, der Höhe oder der Breite, als Abstand nimmt. Auf einem Bilde, das außer dem Hauptgegenstand noch Umgebung enthält, ist als Mindestmaß des Abstandes die Länge der Diagonale der Bildfläche zu setzen.

§ 27. Die in der Bildfläche selbst liegenden Größen erscheinen in ihrem geometrischen Maßstab; von hier aus werden die Tiefen hineingetragen; alle zugehörigen Hilfspunkte richten sich nach diesem Maßstab; die Grundlinie ist der Anfang für die perspektivischen Ausführungen.

§ 28. Für alle auf einem Bilde auszuführenden Konstruktionen ist H H, G G, A und D unveränderlich. (*Perspektivische* Einheit.)

Beispiele.

§ 29. Fig. 17. Gegeben sei HH, GG, A und D; auf GG liege eine Strecke MN; über dieser soll ein perspektivisches Quadrat errichtet werden.

Wenn man das Quadrat über MN geometrisch zu zeichnen hätte, so würde man einfach in M und N Senkrechte errichten, durch eine Gerade unter 45° die Länge NP=MN abschneiden und durch eine Parallele PO zu

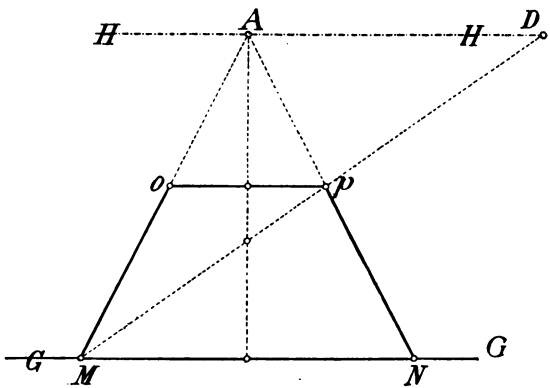


Fig. 17.

MN das Quadrat schließen. Genau so verfahren wir in der Perspektive. Wir ziehen MA und NA, schneiden durch MD die Strecke NP ab und schließen das Quadrat durch die Parallele PO zu MN.

§ 30. Fig. 18. Gegeben sei HH, GG, A und D; ferner ein an GG anliegendes Quadrat MNOP, dessen Seite MN mit GG einen Winkel von 45° bildet.

Man ziehe MDr und MDl, verlängere OP und ON *bis zum Schnitt mit* GG in R und Q, ziehe RDr und

QDl, so ergeben sich mit den aus M gezogenen Geraden die Schnitte o, p, n und M n o p ist das perspektivische Bild des Quadrates MNOP; zieht man die Diagonale MO, so steht sie auf GG senkrecht, und verlängert man Mo, so geht sie durch den Hauptpunkt A.

§ 31. Fig. 19. Gegeben sei HH, A, D, GG, und in beliebiger Lage zur Grundlinie GG geometrisch das Rechteck MNOP; dieses soll in Perspektive gesetzt werden.

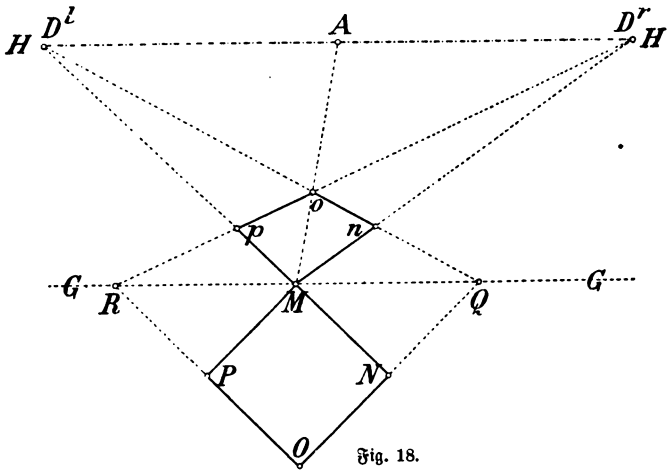


Fig. 18.

Ziehe senkrecht zu GG die Geraden MM^1, PP^1, NN^1, OO^1 und ziehe AP^1, AM^1, AO^1 und AN^1, trage die Strecke N^1N von N^1 aus auf GG nach N_2 ab und ziehe N_2D, so ergibt sich beim Schnitt mit AN^1 der Punkt n als perspektivisches Bild des Punktes N; ebenso werden die Punkte m, o, p gefunden, und es ist jetzt *m n o p* das gesuchte perspektivische Rechteck.

§ 32. Der Abstand D[1]) dient also zum Hineintragen von Tiefen auf Gerade, die nach dem Hauptpunkt gehen. Es fragt sich jetzt noch: Wie werden Strecken abgetragen auf wagerechte Gerade von schiefer Richtung?

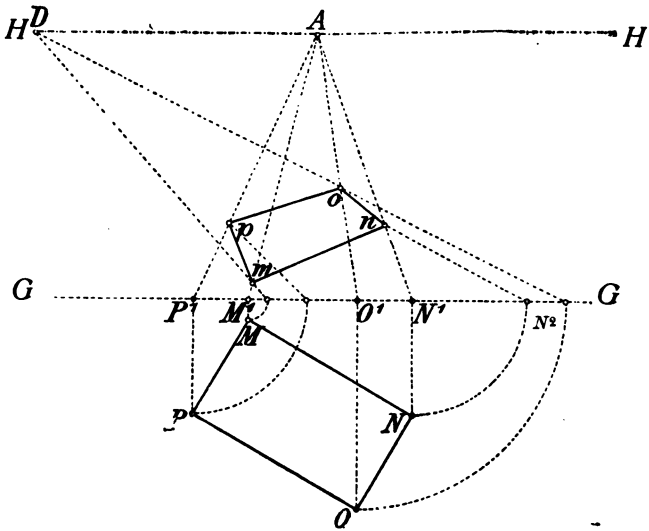


Fig. 19.

§ 33. Fig. 20. Angenommen, wir haben eine wagerechte Gerade mn von beliebig schiefer Richtung; ihr Fluchtpunkt sei V; so können wir den Grundriß der zugehörigen Parallelen durch das Auge konstruieren, wenn wir A und V auf GG nach a und v herunterloten, Aa um den Abstand AD nach F verlängern und Fv ziehen;

[1]) *Es ist gleichgültig*, ob man D^r oder D^l benützt; für D^r *ist* NN' *nach links abzutragen*, für D^l nach rechts.

F vertritt jetzt die Stelle des Fußpunktes und Fv iſt die geometriſche Richtung von mn; beſchreibt man jetzt aus v mit vF einen Bogen, bis er GG in r trifft, und lotet r in die Augenhöhe hoch nach R, ſo iſt R der Fluchtpunkt aller Geraden von der Richtung rF; zieht man Rn bis zum Schnitt mit der Wagerechten aus m in o,

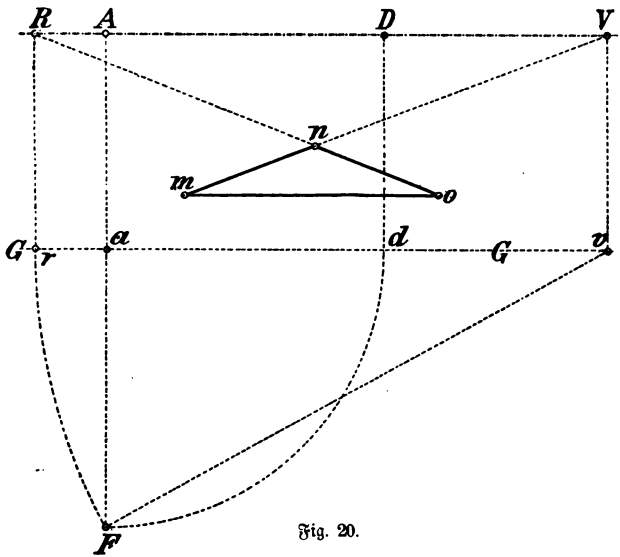


Fig. 20.

ſo iſt im perſpektiviſchen Bilde mn = mo geworden, das Dreieck mno hat nämlich zu dem Dreieck rFv eine perſpektiviſch parallele Lage, denn mo iſt ∥ rv, mn ∥ Fv, on ∥ Fr, alſo ſind beide Dreiecke ähnlich und ihre Seiten daher proportional (im gleichen Verhältnis). Da nun vF = vr iſt, ſo muß auch mn = mo ſein. R nennt man den *Teilpunkt* der Linie mn und aller zu ihr Parallelen.

Damit ist also der Weg angegeben, wie man eine gegebene Strecke auf eine Wagerechte von beliebig schiefer Richtung abtragen kann.

Es erhellt daraus sofort, daß jede Richtung ihren eigenen Teilpunkt auf der Augenhöhe hat.

(Die an G G nach unten ausgeführte Konstruktion konnte ebensogut und mit demselben Resultat gleich in der Höhe H H ausgeführt werden; sie ist hier an G G geschehen, um den geometrischen Vorgang von dem perspektivischen auseinanderzuhalten; die Klarheit der Figur wird dadurch erhöht.)

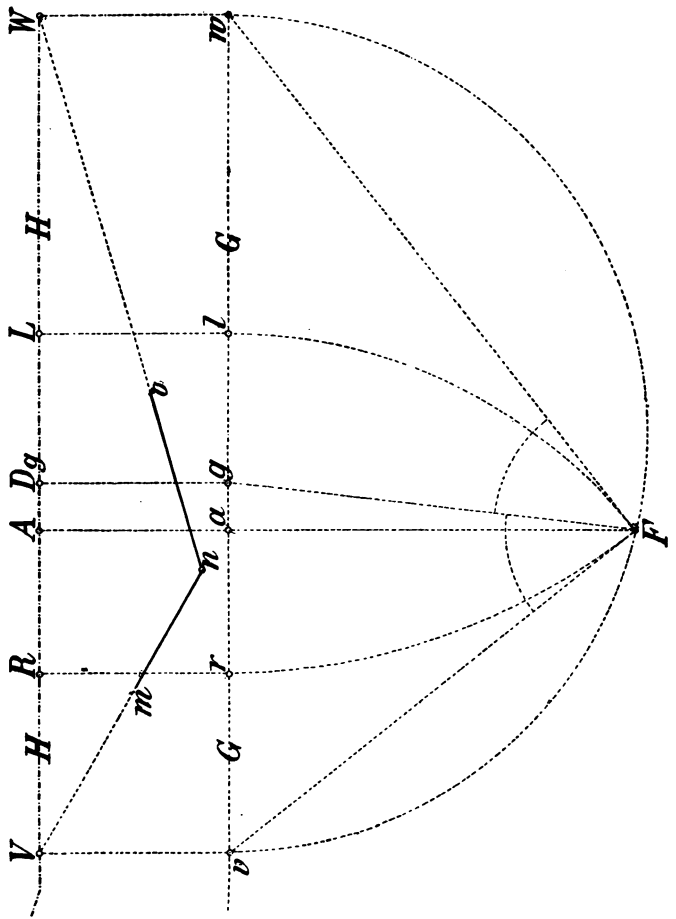
§ 34. Nimmt man also die beiden Schenkel eines rechten Winkels, so hat man 2 Teilpunkte: der eine ist Teilpunkt für die nach rechts verlaufenden Schenkel und wird mit R bezeichnet, der andere für die nach links verlaufenden Schenkel wird mit L bezeichnet; für die Linien nach dem Hauptpunkt sind, wie bereits bekannt, D^r und D^l Teilpunkte.

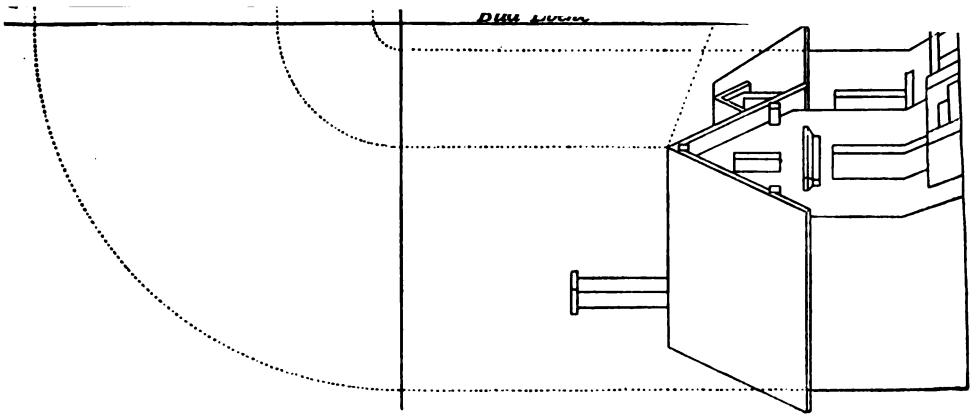
§ 35. Fig. 21.[1]) Gegeben H H, A, G G und m n o als perspektivischer rechter Winkel; die zugehörigen Teilpunkte sollen gesucht werden.

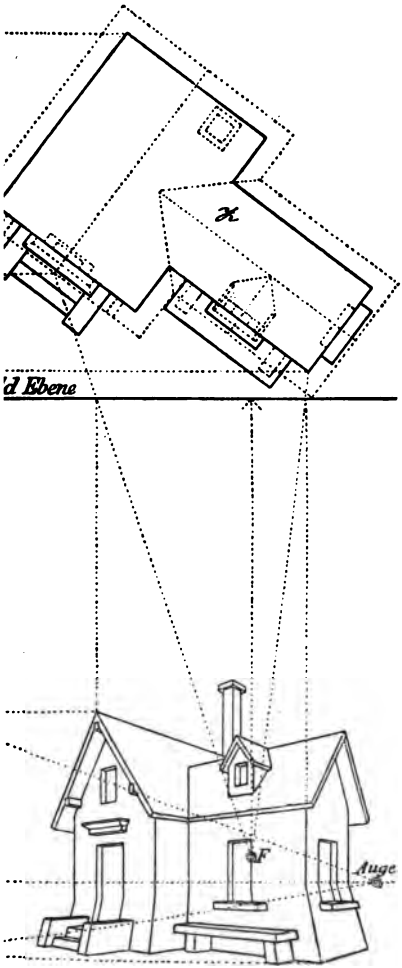
Verlängere m n und n o bis zum Schnitt mit der Augenhöhe in V und W, lote von hier auf G G nach v und w herunter, beschreibe über v w einen Halbkreis, welcher von dem verlängerten Lot A a auf G G in F getroffen wird; von w und v beschreibe die Bogen F r und F l; die Punkte r und l nach H H hochgelotet ergeben dort die Teilpunkte R und L.

Zieht man jetzt noch w F und v F und halbiert den rechten Winkel w F v durch eine Gerade, welche G G in g schneidet, und lotet den Punkt g auf H H nach D g

[1]) *Die Bezeichnung* H H ist fortab in den Figuren weggelassen, *sofern die Lage des* Horizontes an sich leicht erkenntlich ist.


W
H
L
Dg
A
R
H
V
w
G
l
g
a
r
G
v
e
n
m
F




d Ebene
F
Auge

hoch, so ist D g der Fluchtpunkt für alle Halbierungslinien von Winkeln, die zu w F v parallele Lage haben; n D g halbiert also auch den Winkel m n o und D g ist der sogenannte **Diagonalpunkt**. (Der zweite Diagonalpunkt würde durch die Halbierung des zu w F v gehörigen Nebenwinkels zu erlangen sein; er liegt aber meist so weit ab, daß er nicht mehr verwendet werden kann, und ist für die Konstruktionen entbehrlich.)

Würde man ferner die Strecke a F auf der Augenhöhe von A aus nach links und rechts abtragen, so wäre damit auch D^r und D^l, also der Abstand angegeben.

§ 36. Fig. 22. **Gegeben sei H H, A, G G; ferner die senkrechte Würfelkante n p und an n der perspektivische rechte Winkel mit den Fluchtpunkten V und W; der Würfel soll gezeichnet werden.**

Suche nach voriger Aufgabe die Punkte R, L und D g; in n ziehe eine Wagerechte und trage auf ihr von n nach links und rechts die Strecke n p nach p_1 und p_2 ab, ziehe p_1 L und p_2 R, so schneiden diese n V und n W in m und o; die Senkrechten in m und o treffen p V und p W in r und s; ziehe noch s V und r W bis zum Schnitt in t, so ist das perspektivische Bild des Würfels fertig.

p t muß in der Verlängerung nach D g gehen; die unsichtbaren Würfelkanten können leicht nachgeholt werden.

§ 37. Nachdem wir die Eigenschaften und die Aufsuchung der **Hilfspunkte** kennen gelernt haben, kommen wir zu deren Verwertung. Hauptsache ist dabei, daß alle Hilfspunkte auf unsere Bildfläche selbst zu liegen kommen.

§ 38. Da aber der Abstand größer sein soll, als das Bild breit, so würde dieser immer außerhalb der Bildfläche liegen. Diesem Übel wird abgeholfen dadurch, *daß wir mit dem* **halben Abstand** ($D/_2$) oder irgend *einer Teilstrecke davon* ($D/_3$, $D/_4$) arbeiten.

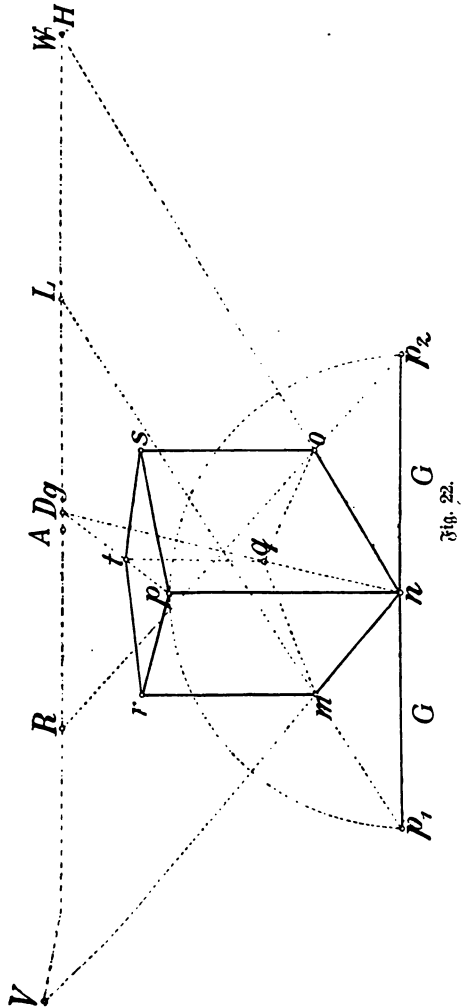


Fig. 22.

Fig. 23. Wir haben die Wagerechte m n und sollen ihre Länge auf nA von n aus abtragen; man zieht m D^r und schneidet damit den Punkt O ab, so ist, wie bekannt, n o = n m; halbiert man jedoch n m in $m/_2$ und A/D^r in $D/_2$ und zieht $m/_2$ $D/_2$, so schneidet diese An wieder im selben Punkt O.

Beweis. Angenommen, $m/_2$ $D/_2$ ginge nicht durch O, so ziehe man $OD/_2$ und $Om/_2$; die beiden Dreiecke A O D^r

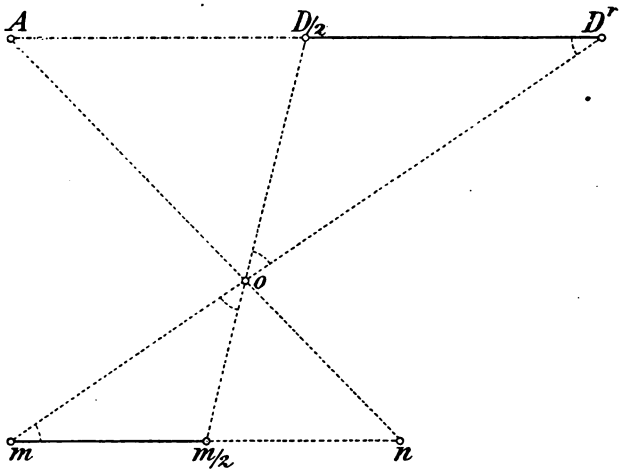


Fig. 23.

und m o n sind ähnlich, weil ihre Winkel gleich; die Dreiecke A $OD/_2$ und n o $m/_2$ sind auch ähnlich, weil Winkel O A $D/_2$ = o n $m/_2$ und die einschließenden Seiten proportional sind; es sind also auch die Winkel A O $D/_2$ und n o $m/_2$ einander gleich, und da An eine Gerade ist, *so sind sie Scheitelwinkel*; folglich ist $m/_2$ $OD/_2$ auch *eine Gerade und geht* durch O.

Zu bemerken ist hierbei, daß die Teilstrecken immer von An aus angetragen werden müssen, also $AD/_2$ ist der halbe Abstand und $nm/_2$ ist die halbe hineinzutragende Strecke.

§ 39. In ähnlicher Weise lassen sich auch die Teilstrecken der Teilpunkte verwenden.

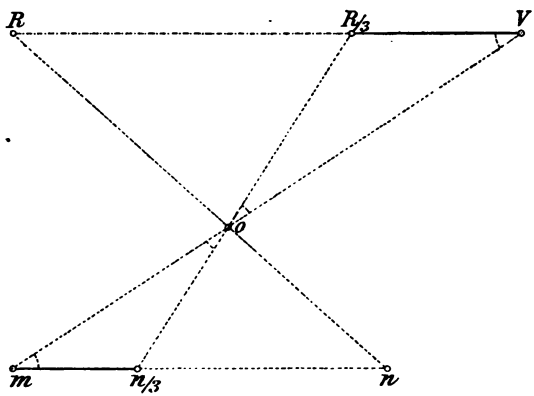


Fig. 24.

Fig. 24. Gegeben sei mn als wagerechte Gerade, mo als perspektiv. Richtung mit dem Teilpunkt R; die Strecke mn soll von m aus auf mV abgetragen werden.

Dreiteilen wir mn von m aus in $n/_3$ und VR von V aus in $R/_3$ und ziehen $n/_3$ $R/_3$, so schneidet diese (aus demselben Grund wie bei der letzten Aufgabe) auf mV den Punkt o ab wie nR.

Daraus geht hervor, daß man auch mit jeder Teilstrecke der Teilpunkte arbeiten und so die Hilfspunkte in *jedem Falle* auf das Papier bringen kann.

§ 40. Parallele, deren Fluchtpunkt nicht mehr auf die Bildfläche fällt.

Fig. 25. Hat man eine perspektivische Gerade von der Richtung m n, deren Fluchtpunkt auf der Bildfläche nicht mehr zugänglich ist, und soll man dazu Parallele ziehen, so lote man von m und n nach H H und teile

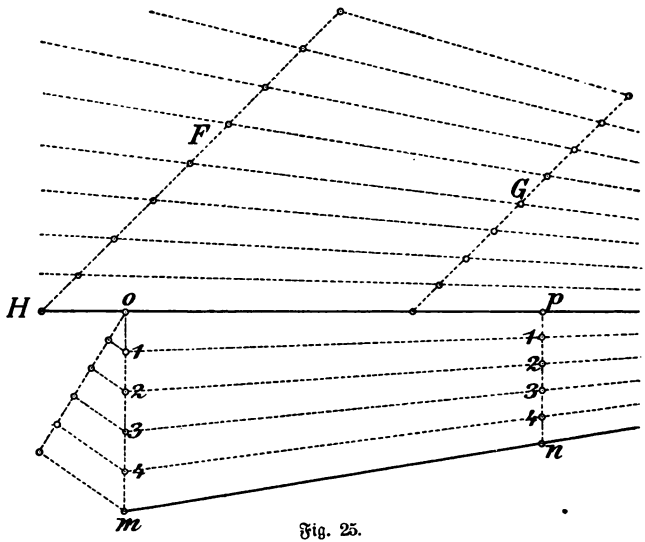


Fig. 25.

m o und n p in die gleiche Anzahl Teile; das Antragen dieser Teile kann über die Augenhöhe hinaus beliebig fortgesetzt werden. Wenn man jetzt die entsprechenden Punkte, also 1 mit 1, 2 mit 2 verbindet, so erhalten wir Linien, die nach demselben Fluchtpunkt gehen.

Innerhalb dieser Schar von Parallelen kann man *dann annähernd* genau die Richtungen ziehen.

Die Teilung kann auch auf beliebig schief schneidenden geometrisch Parallelen, wie hier bei F und G, ausgeführt und nach Belieben erweitert werden.

§ 41. Über Fluchtpunkte des rechten Winkels.

Der wagerechte rechte Winkel kann jede Lage haben; geht der eine Schenkel nach dem Hauptpunkt, so geht der andere in der Richtung der Bildfläche; geht der eine nach dem Abstand links, so muß der andere nach dem Abstand rechts gehen; je mehr sich der eine Schenkel der Sehachse nähert, um so weiter entfernt sich der andere von ihr. Es kann daher sehr leicht eintreten und ist für gewöhnlich der Fall, daß einer der Fluchtpunkte außerhalb der Bildfläche liegt und der zugehörige rechte Winkel bestimmt werden soll.

§ 42. Fig. 26. Gegeben sei H H, A, $D/_3$. Zu der perspektivischen Wagerechten m n soll bei m ein rechter Winkel angelegt werden.

Man ziehe m A und m $D/_3$, außerdem durch n eine Wagerechte, welche die beiden zuletzt gezogenen Linien in o und p schneidet; in o errichte eine Senkrechte auf n p und mache o q = 3 o p; lege nun an n q einen geometrisch rechten Winkel an, dessen zweiter Schenkel die Wagerechte aus n in r trifft, so ist n m r der gesuchte perspektivische rechte Winkel.

n q r ist das verkleinerte rechtwinklige Dreieck des großen, das seine Spitze im Fußpunkt gehabt hätte, und dessen Katheten auf H H weiter außen die Fluchtpunkte V und W abgeschnitten hätten.

§ 43. Fig. 27. Gegeben sei H H, A und $D/_3$. An beliebigem Punkt m soll ein rechter Winkel gezeichnet werden, dessen Schenkel nach den außerhalb liegenden Punkten D^r und D^l gehen.

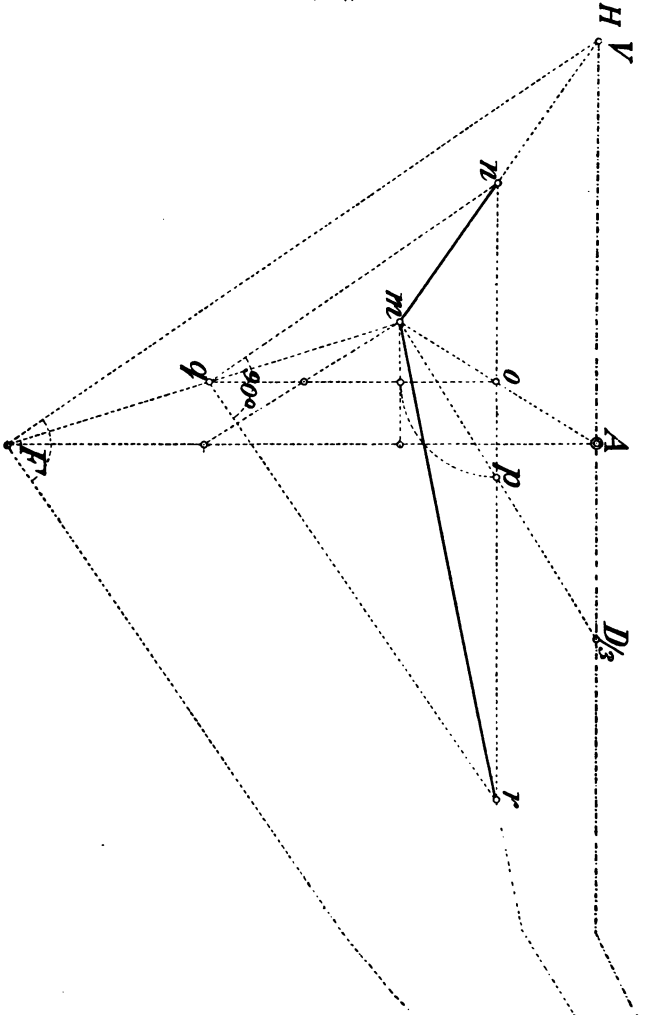


Fig. 26.

Lösung I. Man ziehe Am, und dreiteile diese Strecke in 1 und 2, verbinde 1 mit $D^r/_3$ und $D^l/_3$, so sind die durch m dazu gezogenen geometrisch Parallelen die Schenkel des gesuchten rechten Winkels.

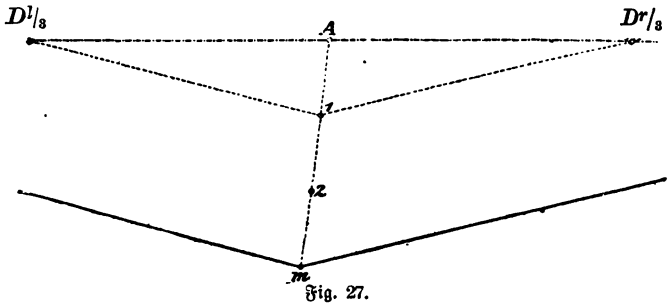


Fig. 27.

Lösung II. Fig. 28. Gegeben sei wieder HH, A, $D/_2$ und durch Punkt m sollen die Richtungen nach D^r und D^l bestimmt werden.

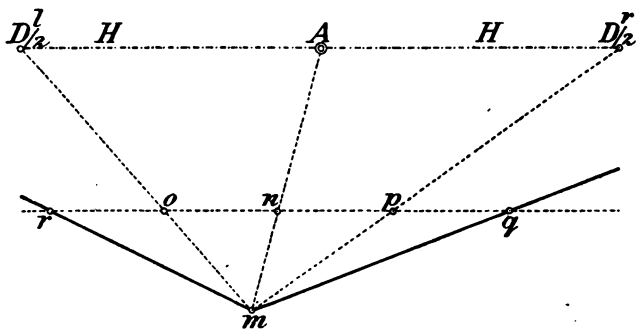


Fig. 28.

§ 44. Man verbinde m mit $D^l|_{2;}$ A und $D^r|_{2;}$ in *einem beliebigen* Punkt n auf m A ziehe eine Wagerechte

und trage die damit gewonnene Strecke n p rechts nach q und links von o aus nochmals nach r ab, so sind m q und m r die gewünschten Geraden, die nach D^r und D^l gehen.

Hat man eine perspektivische Skizze freihändig gezeichnet und wünscht man weitere Gegenstände dem Bilde einzufügen, so muß zunächst der Abstand gesucht werden, der dieses Bild ergibt.

§ 45. Fig. 29. Gegeben sei HH, A und eine perspektivische Linie m n, ebenso ihre geometrische Größe m o; gesucht der Abstand.

Man ziehe A n mit Verlängerung bis zum Schnitt mit der Wagerechten m o in p; errichte in p eine Senkrechte, welche von dem aus m mit m o beschriebenen Bogen in q getroffen wird; klappe nun von p aus, auf p m, $^1/_2$ p q nach r um und ziehe r n bis zur Augenhöhe in $D/_2$. Die verlängerte n o ergibt auf HH den Teilpunkt rechts R.

Das perspektivische Dreieck m o n ist hier offenbar gleich dem geometrischen m o q, also auch n p = p q und r p = n p; folglich muß r n nach $D/_2$ gehen.

§ 46. Fig. 30. Wenn HH, A und an irgend einer Stelle des Bildes ein in wagerechter Ebene liegender rechter Winkel gegeben ist, so kann man alle Hilfspunkte daraus ableiten, und zwar so, daß alle Hilfskonstruktionen auf dem Bilde selbst ausgeführt werden können und alle Hilfspunkte bezw. deren Teilstrecken auf das Bild selbst zu liegen kommen.

Gegeben sei v n w als perspektivischer rechter Winkel; an beliebigem Punkt m von n v ziehe eine Wagerechte, welche n w in o trifft; über dieser (m o) beschreibe man nach oben oder unten einen Halbkreis, ziehe n A und durch deren Schnittpunkt p auf m o eine Senkrechte bis zum Schnitt mit der Kreislinie in q, so bezeichnet m q o den *durch m n o dargestellten* rechten Winkel.

Klappt man jetzt von p aus die Strecke p q nach links

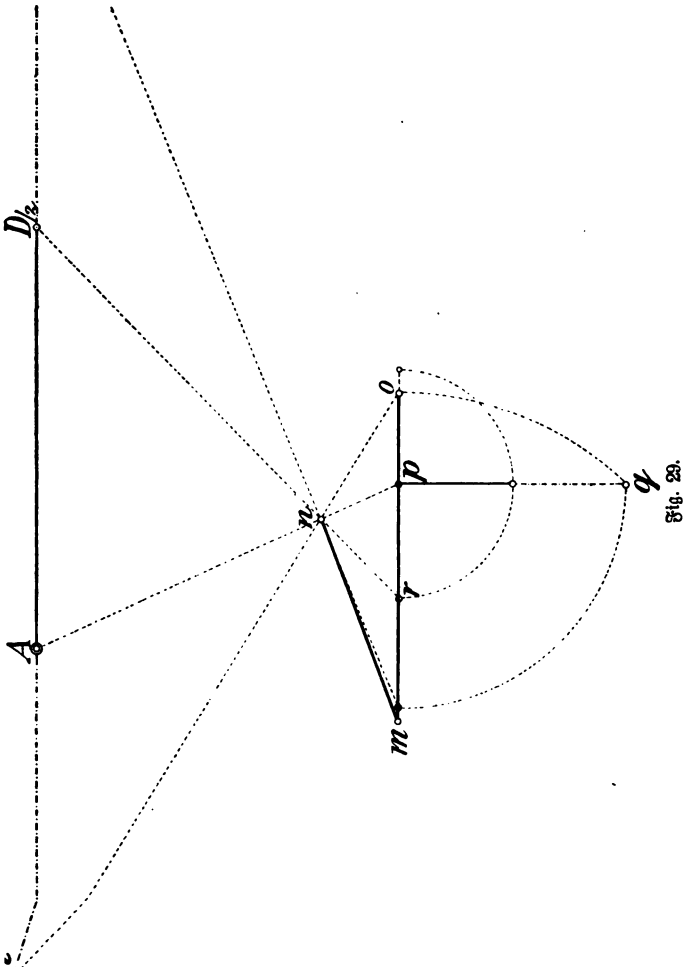


Fig. 29.

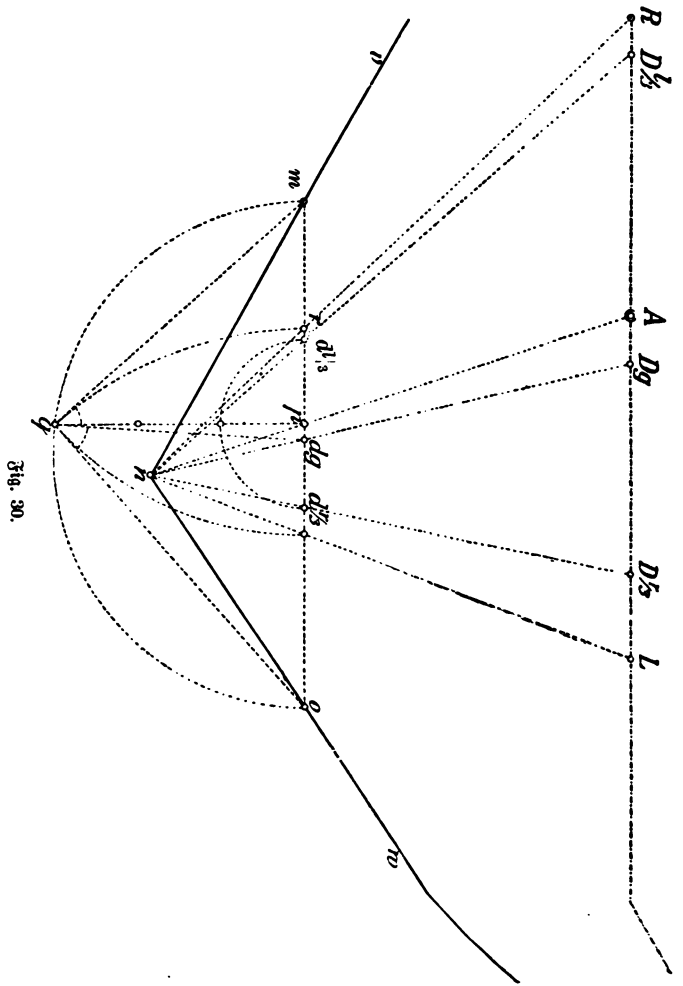


Fig. 30.

und rechts auf die Wagerechte nach d^l und d^r um und zieht nd^l d^l und nd^r mit Verlängerung, so treffen diese HH in D^r und D^l; klappt man irgend eine Teilstrecke von pq, also z. B. $pq/_3$ auf die Wagerechte nach $d^r/_3$ und $d^l/_3$ um, so würde die verlängerte $nd^r/_3$ und $nd^l/_3$ die Augenhöhe in $D^r/_3$ und $D^l/_3$ schneiden. Der Abstand ist hiermit gefunden.

Ferner beschreibt man aus o mit oq einen Bogen qr bis zur Wagerechten, und zieht nr bis zur Augenhöhe, so ist damit der Teilpunkt R gefunden; nimmt man nur einen Teil, z. B. $oq/_2$, und beschreibt mit dieser von o aus einen Bogen nach $r/_2$ auf der Wagerechten mo, so würde die verlängerte $nr/_2$ auf HH den Punkt $R/_2$ liefern; auf entsprechend gleiche Weise erhält man den Teilpunkt links L und Teilstrecken wie $L/_2$; halbiert man endlich den rechten Winkel mqo durch eine Gerade, welche mo in dg trifft, und zieht ndg bis zum Schnitt mit HH in Dg, so ist damit der Diagonalpunkt gefunden und sämtliche Hilfspunkte bestimmt. Der Beweis für die Richtigkeit der Konstruktion wird geführt durch den Hinweis auf die Ähnlichkeit der kleinen geometrischen Dreiecke an der Wagerechten mo mit den großen zugehörigen perspektivischen Dreiecken an HH.

Perspektivische Teilung.

§ 47. In Fig. 31 sei MN als beliebige perspektivische Wagerechte gegeben; sie soll z. B. in drei Teile geteilt werden.

Man ziehe durch M eine geometrisch Wagerechte, trage auf ihr drei gleiche (beliebig große) Teile nach 1, 2, 3 ab; von 3 ziehe durch N nach der Augenhöhe in X und 1X, 2X, so teilen diese letzteren Linien MN in O und P in *drei gleiche* Teile.

Der Vorgang ist hierbei geometrisch gezeichnet derjenige der nebenstehenden Figur 31 b. An die schiefe Gerade m n wurde eine Wagerechte angelegt und auf dieser von m aus drei gleiche Teile in 1, 2, 3 aufgetragen; 3 ist mit n verbunden und dann zu 3 n durch 1 und 2 Parallelen gezogen worden; es sind damit ähnliche Dreiecke entstanden und daher auf m n auch gleiche Teile abgeschnitten worden.

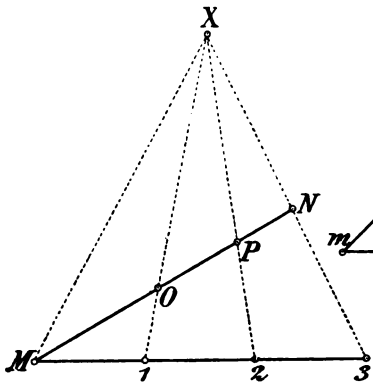


Fig. 31.

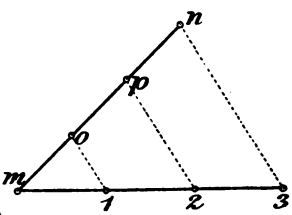


Fig. 31 b.

§ 48. Da die Teile M 1 beliebig groß angenommen wurden, so würde also ein größerer oder kleinerer Teil M 1 einen anderen Punkt X auf der Augenhöhe ergeben haben, und es erhellt daraus, daß entsprechend uns jeder andere Punkt X auf HH dieselben Dienste tut.

§ 49. Fig. 32. Ist die Aufgabe gegeben, die perspektivische wagerechte Gerade M N im Verhältnis 2 : 3 zu teilen, so ziehen wir an M eine Wagerechte, tragen *auf diese fünf gleiche*, beliebig große Teile nach 1, 2, 3, *4, 5 auf, ziehen* von 5 durch N nach HH in X und

teilen MN durch die Gerade X2 in C. Jetzt verhält sich nach obigem Beweis MC:NC wie 2:3.

§ 50. In Figur 33 sei die Aufgabe gestellt, auf der perspektivisch Wagerechten MN die perspektivisch gegebene Strecke MO dreimal aufzutragen, so ziehen wir einfach an M eine Wagerechte, schneiden diese durch eine aus beliebigem Punkt X auf HH gezogene Gerade XO

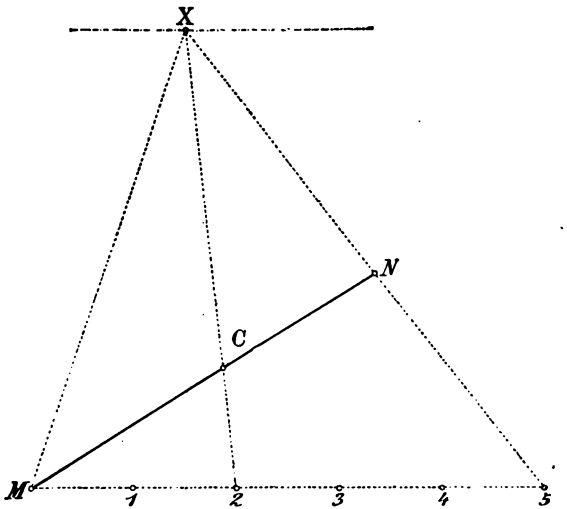


Fig. 32.

in Punkt 1; tragen M 1 auf der Wagerechten noch zweimal nach 2 und 3 ab, ziehen 2X und 3X, so schneiden diese auf MN die Strecken OP und PQ ab, welche perspektivisch gleich mit MO sind.

§ 51. Fig. 34. Die perspektivische Strecke BC soll *mehrmals* auf ihrer Verlängerung angetragen werden.

Man lote B und C nach HH in F und G; FC und BG ſchneiden ſich in X, eine Gerade von X nach dem

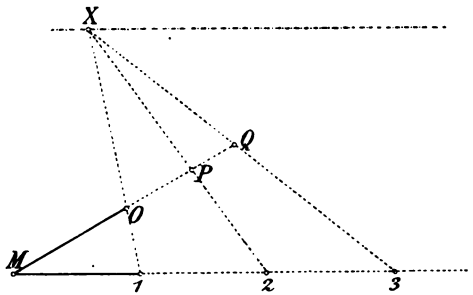


Fig. 33.

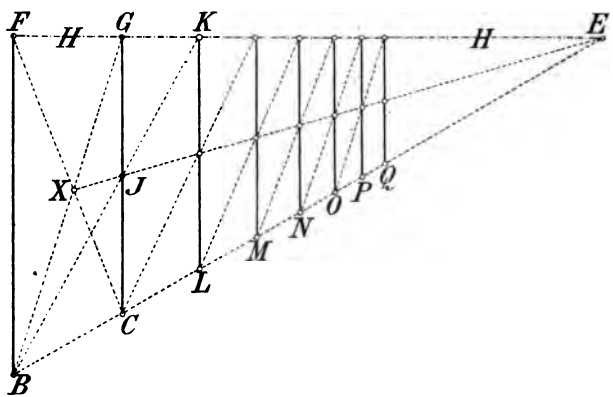


Fig. 34.

Fluchtpunkt E von BC trifft CG in J; die verlängerte *BJ ergibt auf HH* den Punkt K; dieſer auf BC herunter*gelotet den Punkt* L; CL iſt nun gleich BC; dasſelbe

Verfahren kann nach Belieben fortgesetzt werden, um die Punkte M, N, O ꝛc. zu erhalten, die alle auf B E gleiche Strecken abschneiden.

Der Kreis.

§ 52. Liegt ein Kreis in der Bildebene, so ist und bleibt er auch im Bilde ein Kreis; liegt er in einer dazu parallelen Ebene (genannt Ansichtsebene oder Frontebene), so wird er wieder eine ähnliche Figur, also auch ein Kreis.

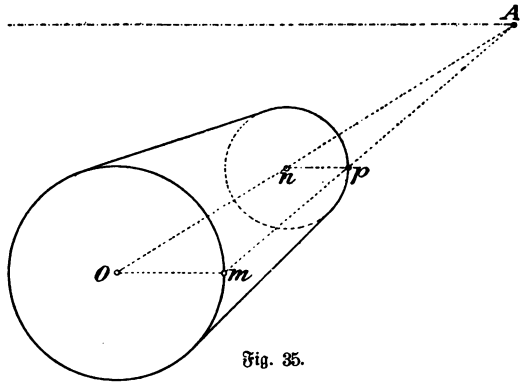


Fig. 35.

Fig. 35 stellt eine Walze dar mit Halbmesser o m und Achsenlänge o n. Zieht man nun n p, so hat sich der Halbmesser bei n schon zu n p verkürzt; der Kreis um n mit n p ist ein zum Kreis um o paralleler und die von A an die beiden Kreise gezogenen Tangenten bilden die Umriß-Mantellinien der Walze.

§ 53. Liegt der Kreis in einer Ebene, welche der *Bildebene nicht* parallel ist, so wird er im Bilde eine

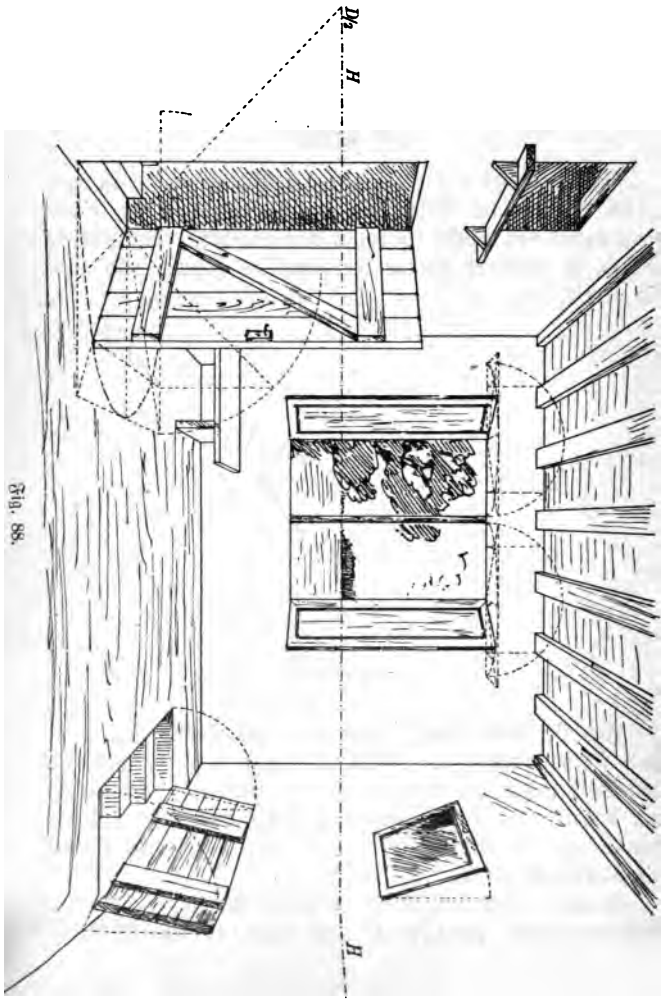


Fig. 88.

Kegelschnittlinie ergeben, die man als Schnitt dieser wagerechten Ebene mit einer Kegelmantelfläche auffassen kann, welche durch die Summe der von A nach allen Punkten des Kreisumrisses möglichen Geraden gebildet ist.

Wie konstruiert man einen solchen Kreis?

Fig. 36. Angenommen, man habe einen beliebigen, wagerechten, G G in p berührenden geometrischen Kreis um O, der in Perspektive gesetzt werden soll, so kann derselbe durch ein Quadrat m n s q umschrieben werden, so daß m q und n s senkrecht auf G G stehen und q s parallel G G läuft. Dieses Quadrat mitsamt seinen Diagonalen können wir in Perspektive setzen; die Mittellinien durch O treffen die Seiten in T Y U und p; diese vier Punkte sind schon Kreispunkte und die Quadratseiten Tangenten (Berührungslinien). Im geometrischen Riß schneidet der Kreis die Diagonalen des Quadrats in b c e f; diese Punkte auf G G gelotet ergeben hier H und J; zieht man jetzt H A und J A, so werden die Diagonalen des perspektivischen Quadrats in B C E F geschnitten; diese Punkte sind wieder Kreispunkte; im geometrischen Riß haben die Punkte b c e f Tangenten unter 45°, im perspektivischen Bilde haben die Tangenten die Richtungen nach D^r und D^l; damit sind 8 Punkte und ihre Tangenten bestimmt und die perspektivische Kreislinie kann freihändig eingezeichnet werden.

§ 54. Damit ist der Schlüssel für alle Kreiskonstruktionen gegeben; man sucht sich, welche Lage der Kreis auch haben möge, diese 8 Punkte und ihre Tangenten.

Für die Praxis ist die Kenntnis folgender 3 Aufgaben besonders wichtig. Diese sind:

1. Konstruktion konzentrischer Kreise,
2. Konstruktion von Kreisen gleichen Durchmessers *und* verschiedener Höhe,
3. *Kreisteilung.*

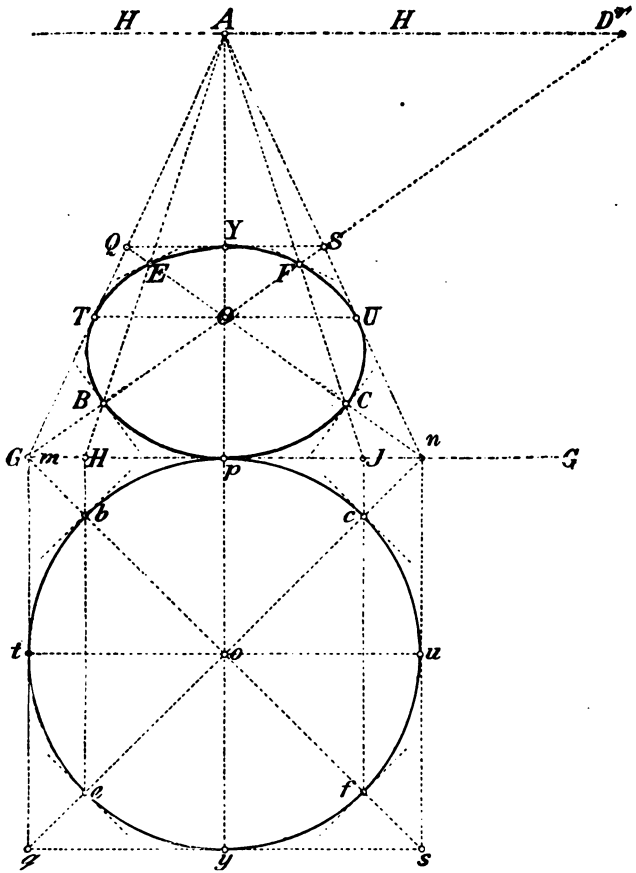


Fig. 36.

Betrachtet man in der letzten Figur die Lage des Punktes H, bezw. das Verhältnis von pH zu pm näher, so wird man finden, daß für alle Kreise dieses Verhältnis ein feststehendes ist, denn alle Kreise sind sich ähnlich und alle Quadrate ebenfalls; dasselbe Verhältnis besteht

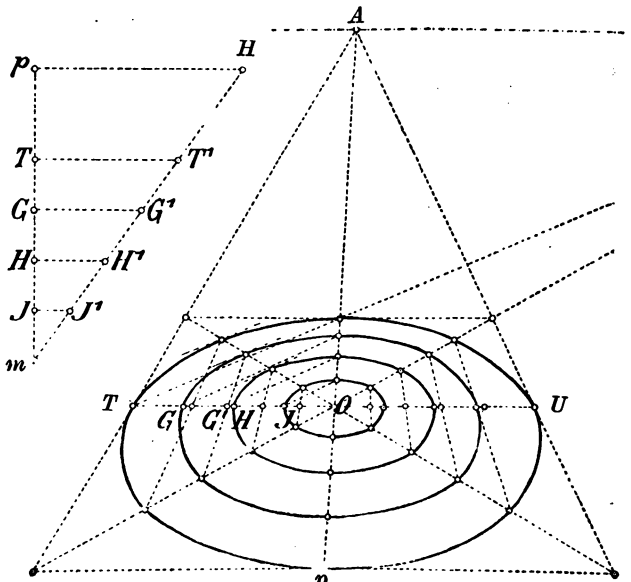


Fig. 37.

auf der jenseitigen Quadratseite und auf der zu G G parallelen Mittellinie; ein Winkelmaßstab (neben Fig. 37), wo pm und pH die Längen der Schenkel sind, liefert also zu allen Quadratseiten oder Mittellinien die zugehörigen *Abschnitte*.

§ 55. Fig. 37. Gegeben ist ein perspektivischer Kreis um O. Durch die Punkte G H J auf der Mittellinie T U sollen konzentrische Kreise gezogen werden.

Man zeichne einen rechten Winkel außerhalb der Figur mit der Spitze p und mache die Schenkel gleich p H und p m (aus Fig. 36), trage von m aus die Strecken O G, O H, O J auf m p ab und ziehe durch G, H, J die Parallelen zu p H, welche m H in G^1, H^1, J^1 schneiden; einem Halbmesser H G entspricht demnach ein Abschnitt $G G^1$; dieser wird auf O T von O aus nach G^1 angetragen und von G^1 bis zum Schnitt mit den Diagonalen unten und oben nach A gezogen; diese Schnittpunkte sind Kreispunkte; ihre Tangenten gehen nach D^r bezw. D^1; symmetrisch nach p A liegen dazu die Punkte rechts.

Die zu G, H, J gehörigen Punkte auf p O erhält man durch Verbinden dieser Punkte mit D^r und D^1, oder ihrer Teilstrecken mit D Teilstrecken.

Für jeden weitern auf der Mittellinie gegebenen Halbmesser verfährt man auf dieselbe Art.

Kreise gleichen Durchmessers auf verschiedener Höhe.

§ 56. Fig. 38. Gegeben sei ein wagerechter, in ein perspektivisches Quadrat eingeschriebener Kreis; ein zweiter Kreis, welcher um die Senkrechte M S höher liegen soll, ist zu konstruieren.

Zieht man S A bis zum Schnitt mit der Senkrechten aus P in T, so ist S A der geometrische Ort für alle Höhenabschnitte beliebiger Tiefe von M bis P; nimmt man also einen beliebigen Kreispunkt x, zieht in x, wagerecht bis zum Schnitt x_1 mit M P, von hier aus senkrecht *bis zum Punkt* x_2 auf S A, so schneidet die Wagerechte *aus* x_2 *auf der* Senkrechten aus x_1 das Stück $x\,x_3$ ab,

welches gleich $x_1\ x_2$ und gleich MS ist. Den dazu symmetrisch rechts liegenden Punkt kann man sofort bestimmen und durch Anwendung dieses Verfahrens beliebig viele Punkte des höher liegenden Kreises erzielen.

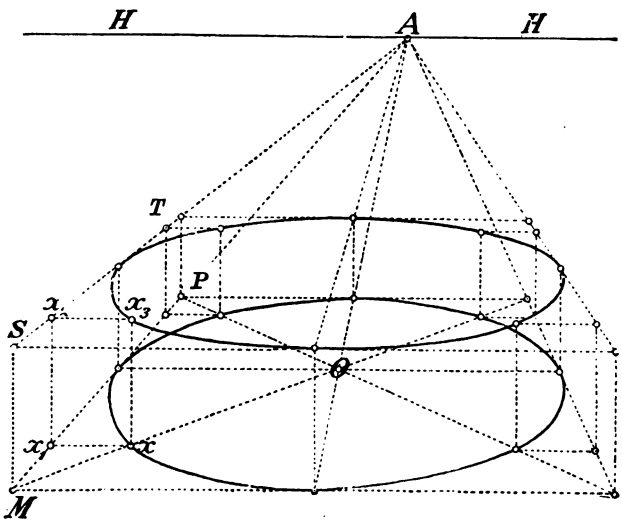


Fig. 38.

Kreisteilung.

§ 57. Fig. 39. Ein gegebener perspektivischer Kreis soll in eine beliebige Anzahl, z. B. 16 Teile geteilt werden.

Man ziehe einen beliebiegen geometrischen Halbkreis, z. B. über MN Fig. 39 und vollziehe auf Viertelkreis MD die angegebene Teilung, also hier in 4-, verbinde die Punkte 1, 2, 3 mit N, so schneiden sie auf OD die

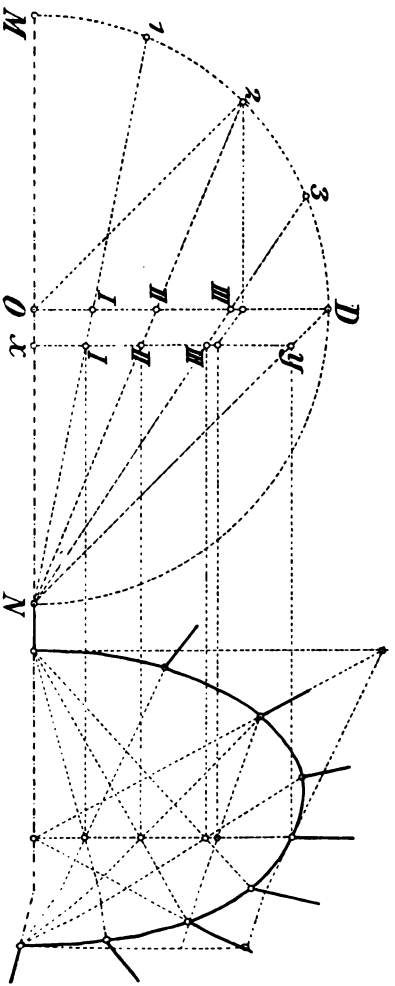


Fig. 39.

Punkte I, II, III ab; die dadurch auf O D abgeschnittenen Strecken bilden ein feststehendes Verhältnis für alle Mittellinienabschnitte derselben Kreisteilung. Hat man also zufällig einen Kreis von der halben Mittellinie OD, so kann man ohne weiteres diese Stücke auf die perspektivische Mittellinie übertragen; ist die halbe Mittellinie aber nur so groß wie z. B. X Y, so wären die darauf liegenden Abschnitte zu übertragen.

Auf dieselbe Weise, wie eine Teilung in gleiche Abschnitte, läßt sich auch eine Teilung in ungleiche Abschnitte ausführen.

Die Kugel.

§ 58. Liegt der Mittelpunkt einer Kugel auf der Sehachse, so erhält man als Bild der Kugel einen Kreis.

Fig. 40. 41. 42. Bei jeder anderen Lage der Kugel ergibt sich eine Ellipse als Umrißlinie. Der Beweis hierfür ist leicht zu erbringen, wenn man sich durch die Kugel eine Anzahl senkrechter oder wagerechter Schnittebenen gelegt denkt und deren Schnittkreise durch eine berührende Umrißlinie umgibt.

Fig. 43. Auf dieselbe Weise sind die perspektivischen Umrißlinien anderer Umdrehungskörper zu bestimmen.

Schiefe Ebenen.

§ 59. Fig. 44. Sind schiefe Ebenen, wie Dachflächen, zu zeichnen, so bestimmt man die hierzu notwendigen Punkte in ihrer Tiefenlage aus der Grundebene und die Höhen- und Breitenlage aus der Bildebene. Bei besonders hoch liegenden schiefen Ebenen, wie Turmdächern, denkt man sich die Grundebene nach Belieben höher gerückt, konstruiert dort den Grundriß oder Schnitt und holt daraus die für das Bild notwendigen Punkte.

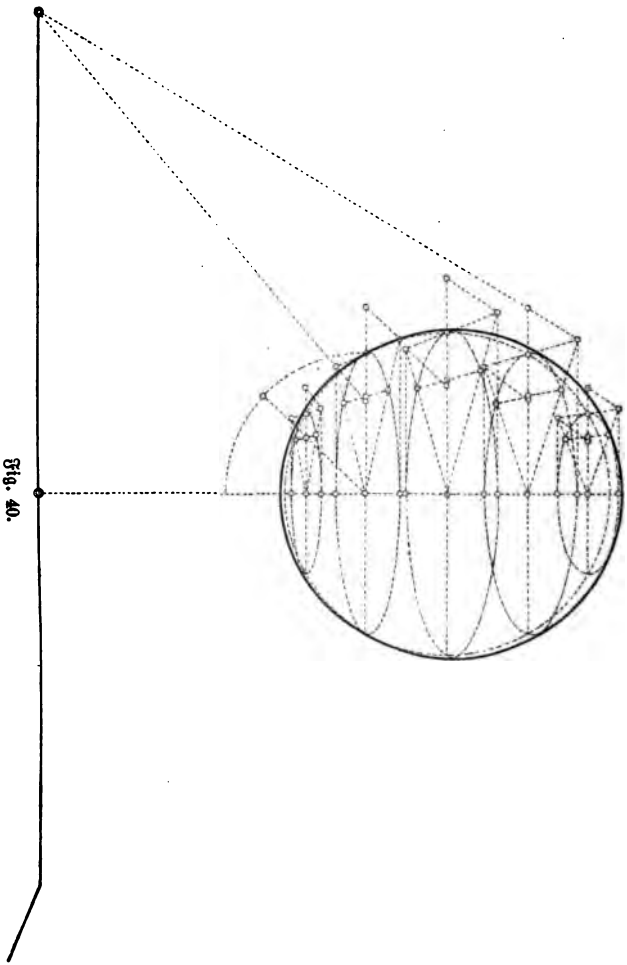


Fig. 40.

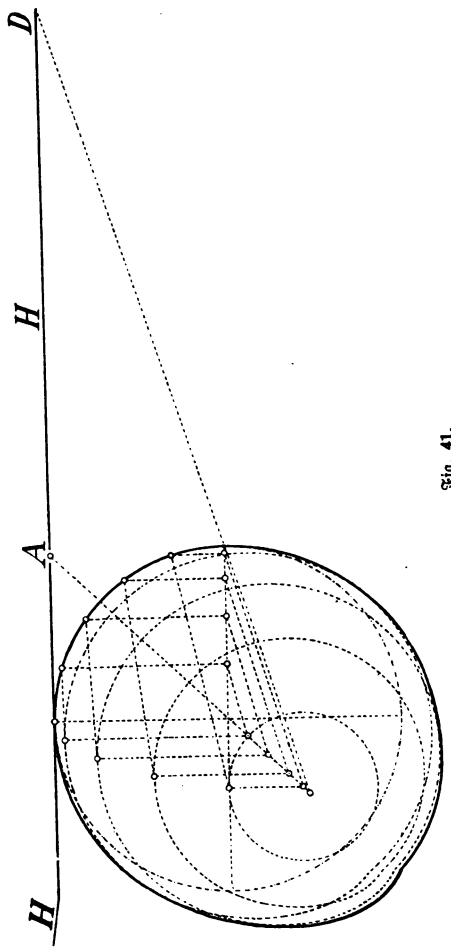


Fig. 41.

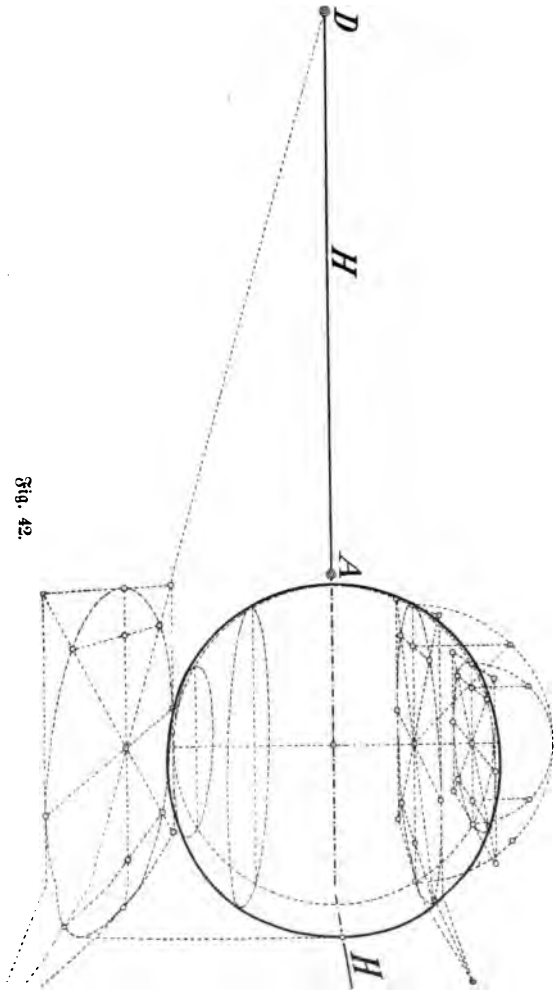


Fig. 42.

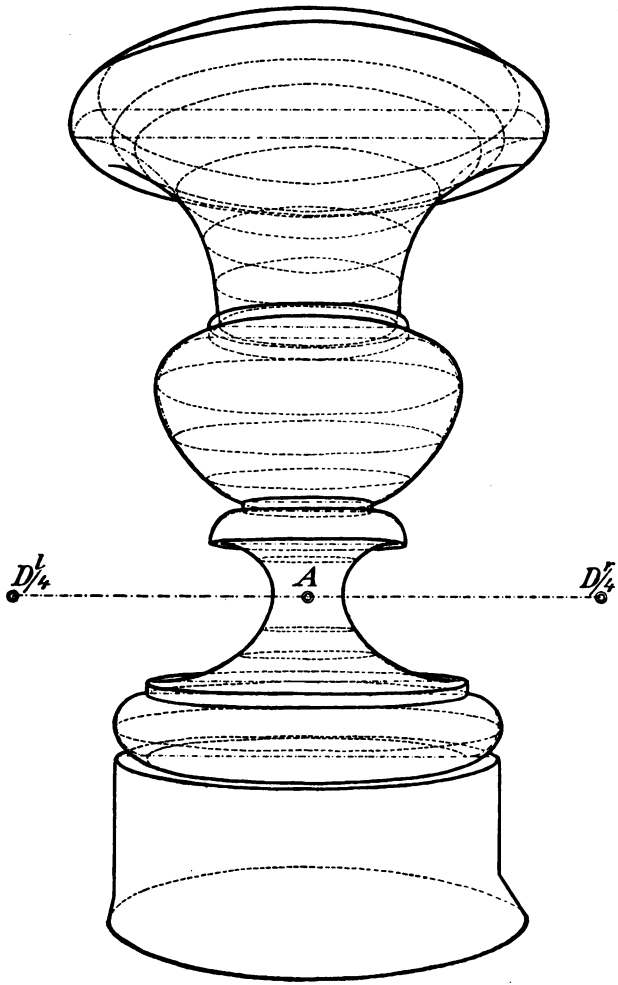


Fig. 49

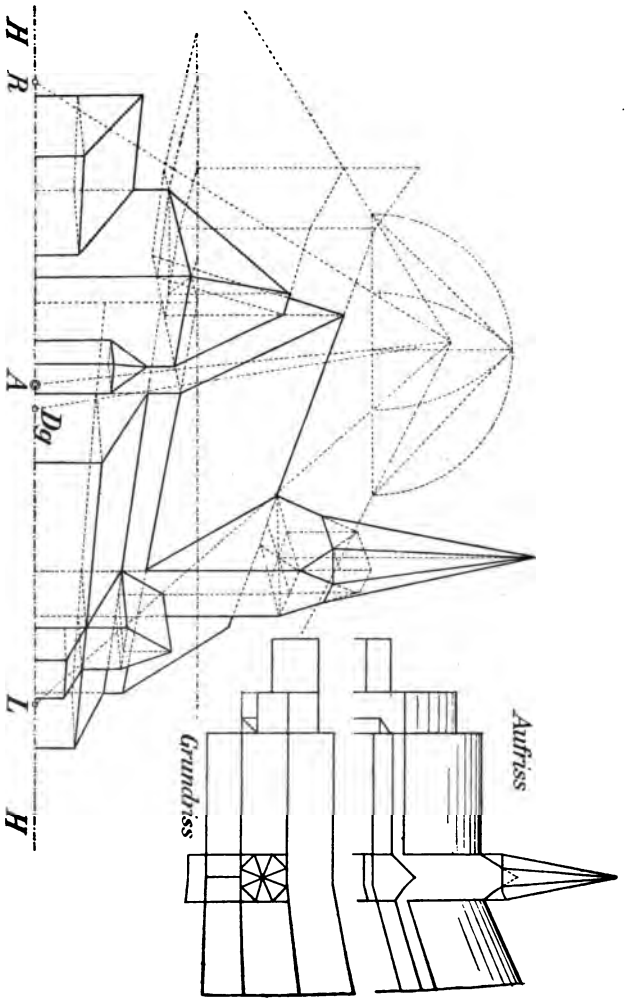


Fig. 44.

V. Kapitel.

Methode der kleinen Quadrate.

§ 60. Fig. 45. Ist der geometrische Grundplan einer Anlage gegeben und überspannt man ihn mit einem Netz von kleinen Quadraten und setzt jetzt dieses Netz in Perspektive, so wird man durch Übertragen der Lage der Punkte aus dem geometrischen in das perspektivische Quadratnetz den perspektivischen Grundplan bekommen.

Sind weiter Höhen anzutragen, so denke man sich diese an der Grundlinie umgelegt; so erhält man in der Anzahl der Quadratseiten solch umgelegter Höhe einen Maßstab für das Antragen dieser Höhe in beliebig anderer Tiefe; man braucht nur in dem gewünschten Punkt eine Strecke gleich derselben Anzahl wagerechter Quadratseiten aufzustellen, so ist die Höhe gefunden.

Diese Methode kann besonders für Anlage von Vogelperspektiven empfohlen werden, bei welchen das Auge aus beträchtlicher Höhe herabsieht.

VI. Kapitel.

Schattenperspektive.

§ 61. Man unterscheidet natürliche Beleuchtung (Sonne, Mond) und künstliche (Lampe, Kerze); hierbei ist *jedesmal* der Standpunkt der Lichtquelle von besonderer Bedeutung.

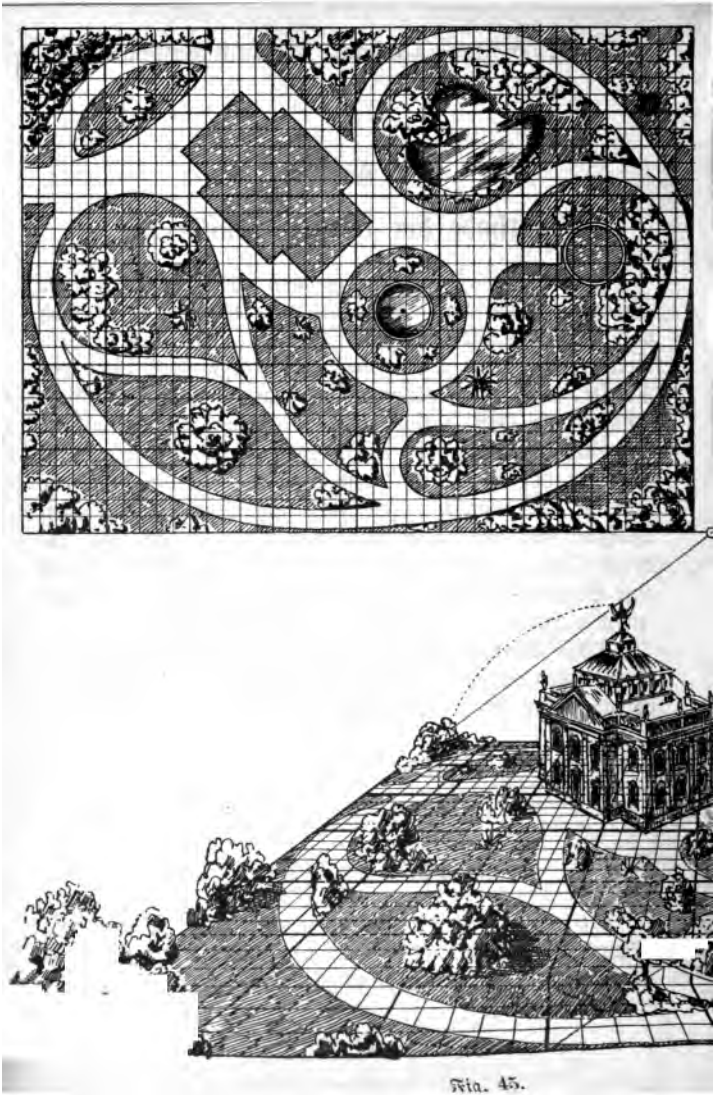
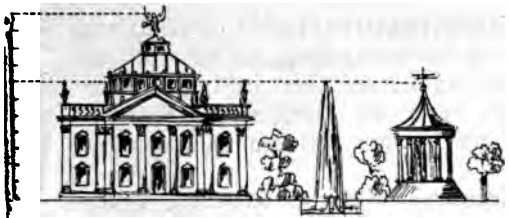
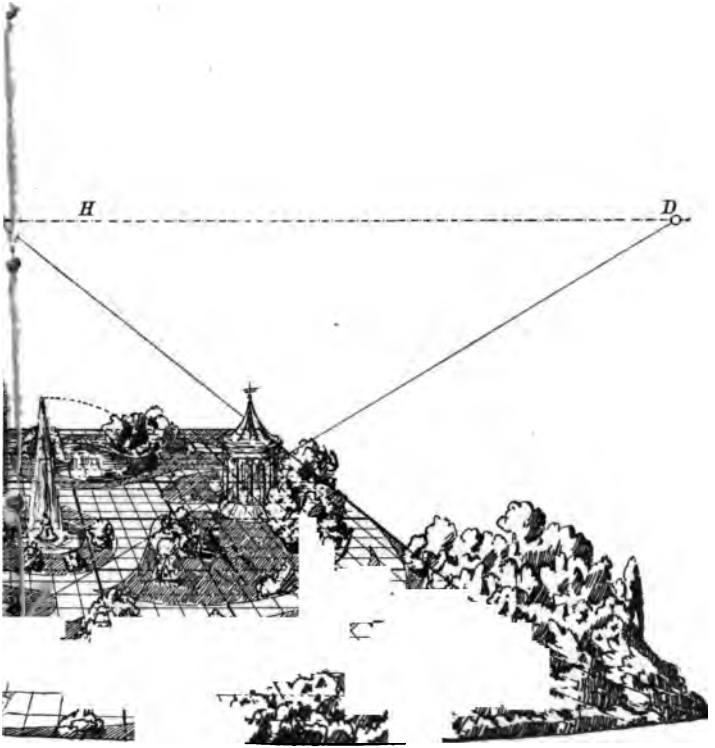


Fig. 45.




H
D

§ 62. Die Selbstschattengrenzen (Streiflinien) ergeben sich immer als Berührungslinien der Lichtstrahlenflächen an die gegebenen Körper; der Schlagschatten als Schnitte dieser durch die Lichtstrahlen gebildeten Berührungsflächen mit der den Schatten aufnehmenden Fläche.

§ 63. Die Lichtstrahlen bilden bei Kerzenlicht Pyramidenkanten oder Mantellinien, bei Sonnenlicht Cylindermantellinien.

§ 64. In der perspektivischen Schattenkonstruktion finden die Sätze der geometrischen Schattenkonstruktion sinngemäße Anwendung, also z. B.:

Der Schatten eines Punktes ist da, wo sein Strahl auftrifft;

Gerade werfen auf Ebenen gerade Schatten;

Parallele werfen auf dieselbe Ebene parallele Schatten;

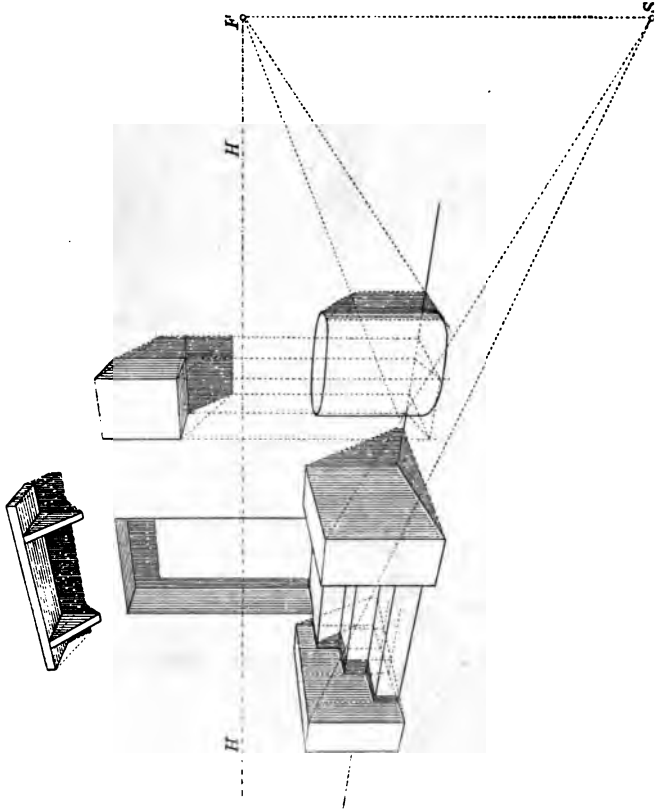
der Schatten einer zu einer Ebene parallelen Geraden auf diese Ebene ist der Geraden parallel.

Besonders wichtig ist folgender Satz: „Steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so nimmt ihr Schatten die Richtung aus dem Fußpunkt des Lichts, d. h. aus demjenigen Punkt, in dem ein Strahl auf der Ebene senkrecht auftrifft."

Denkt man sich nämlich durch das Licht und die Senkrechte eine Ebene gelegt, so würde letztere jedenfalls die gegebene Ebene nach einer Geraden schneiden, die diesen Fußpunkt enthält; daraus folgt, daß der Fußpunkt des Lichts auf dieser Ebene für die Richtung des Schattens der Senkrechten ein geometrischer Ort ist; der zweite Punkt ist der Fußpunkt der Senkrechten auf der Ebene selbst: damit ist die Richtung eindeutig bestimmt.

§ 65. Bei Sonnenbeleuchtung ist dieser Fußpunkt *des Lichts für alle* wagerechten Ebenen auf der Augen-

höhe senkrecht unter der Sonne oder über dem Fluchtpunkt der Sonnenstrahlen.



§ 66. In Fig. 46, Seite 88/89, ist der Lichtpunkt *(Kerze)* und die lineare perspektivische Zeichnung er-

Zimmerecke mit Balkendecke und verschiedenen Körpern einfacher Form gegeben.

Man suche zunächst die Fußpunkte 1, 2, 3 auf die verschiedenen durch Wände, Fußboden, Decke ꝛc. dargestellten Ebenen und verfahre dann weiter, wie aus der Zeichnung ersichtlich. Wo man es mit schiefen Ebenen zu tun hat, wie hier bei dem Spiegel, denke man sich durch den Endpunkt der schiefen Kante eine Senkrechte zur Grundebene gezogen und bestimme deren Schatten; der Schnittpunkt des Lichtstrahls aus dem Endpunkt der schiefen Geraden bezeichnet dann den Schattenpunkt.

§ 67. In Fig. 47 ist die Sonne die Lichtquelle, und zwar ist der Standpunkt der Sonne im Rücken des Beschauers links hoch angenommen; der Fluchtpunkt der Sonnenstrahlen liegt also rechts unten bei S; der Fußpunkt dieses Fluchtpunktes auf der Augenhöhe bei F.

§ 68. In Fig. 48 steht die Sonne gerade über der Bildebene hoch am Himmelsgewölbe. In diesem Falle können alle Strahlen geometrisch parallel gezogen werden; die Richtung nach dem Fußpunkt ist parallel zur Grundlinie.

§ 69. Fig. 49 zeigt den Stand der Sonne vor dem Beschauer; S wäre das Bild der Sonne, F deren Fußpunkt auf H H.

Zur Bestimmung des Bogenschattens denkt man sich am besten jeden Punkt des schattenwerfenden Bogens als Endpunkt einer auf der Grundebene Senkrechten und konstruiert danach den Schatten.

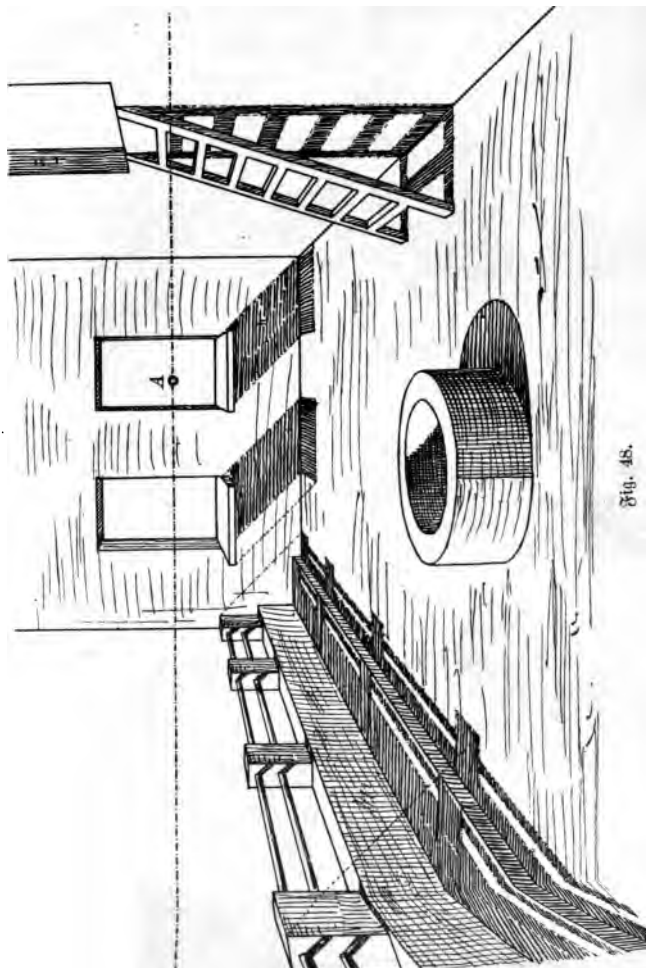


Fig. 48.

Zimmerecke mit Balkendecke und verschiedenen Körpern einfacher Form gegeben.

Man suche zunächst die Fußpunkte 1, 2, 3 auf die verschiedenen durch Wände, Fußboden, Decke ꝛc. dargestellten Ebenen und verfahre dann weiter, wie aus der Zeichnung ersichtlich. Wo man es mit schiefen Ebenen zu tun hat, wie hier bei dem Spiegel, denke man sich durch den Endpunkt der schiefen Kante eine Senkrechte zur Grundebene gezogen und bestimme deren Schatten; der Schnittpunkt des Lichtstrahls aus dem Endpunkt der schiefen Geraden bezeichnet dann den Schattenpunkt.

§ 67. In Fig. 47 ist die Sonne die Lichtquelle, und zwar ist der Standpunkt der Sonne im Rücken des Beschauers links hoch angenommen; der Fluchtpunkt der Sonnenstrahlen liegt also rechts unten bei S; der Fußpunkt dieses Fluchtpunktes auf der Augenhöhe bei F.

§ 68. In Fig. 48 steht die Sonne gerade über der Bildebene hoch am Himmelsgewölbe. In diesem Falle können alle Strahlen geometrisch parallel gezogen werden; die Richtung nach dem Fußpunkt ist parallel zur Grundlinie.

§ 69. Fig. 49 zeigt den Stand der Sonne vor dem Beschauer; S wäre das Bild der Sonne, F deren Fußpunkt auf H H.

Zur Bestimmung des Bogenschattens denkt man sich am besten jeden Punkt des schattenwerfenden Bogens als Endpunkt einer auf der Grundebene Senkrechten und konstruiert danach den Schatten.

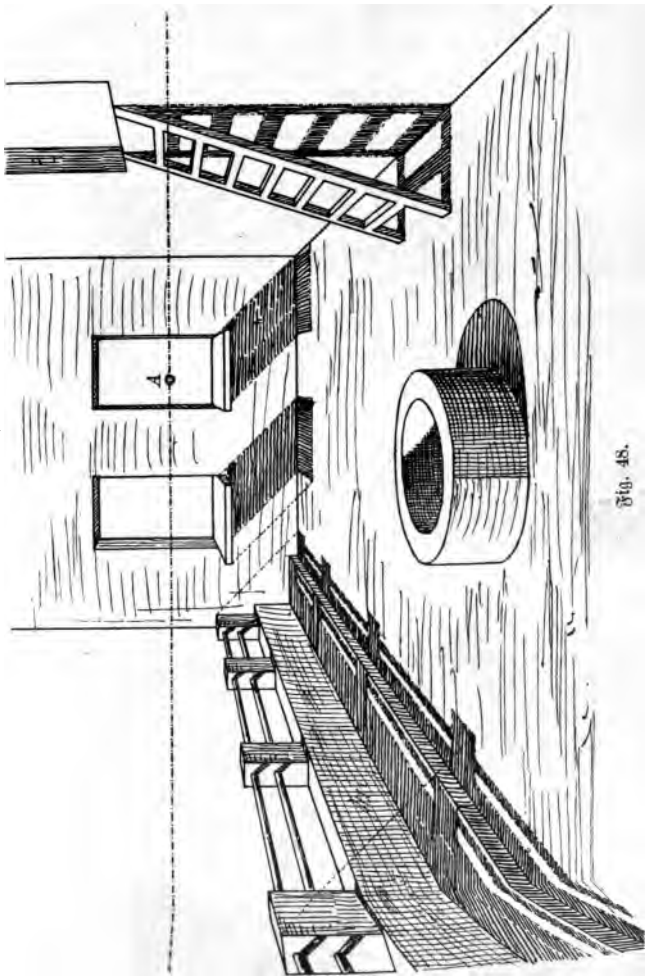


Fig. 48.

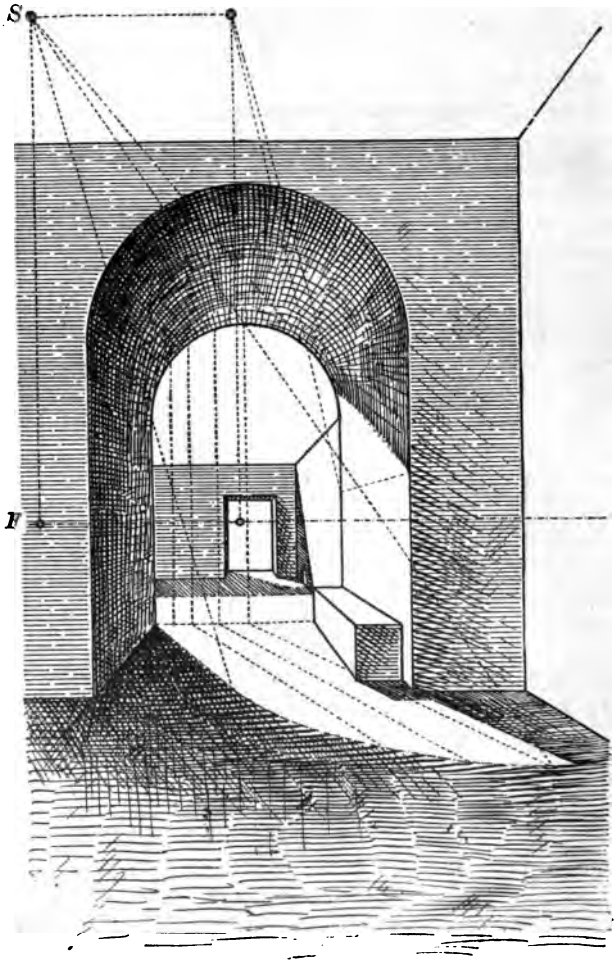


Fig. 49.

VII. Kapitel.

Spiegelperspektive.

§ 70. Die Spiegelung beruht auf dem bekannten Satz, daß Lichtstrahlen, welche auf einen undurchsichtigen Körper auffallen, unter demselben Winkel, wie sie einfallen, zurückgeworfen werden; ist die Fläche, wo die Strahlen auftreffen, rauh, so zerstreuen sich die Lichtstrahlen; ist sie aber glatt, wie Glas, ruhiges Wasser oder poliertes Metall, so werden die Strahlen regelmäßig zurückgeworfen, und es entsteht für unser Auge in der Fläche ein Spiegelbild.

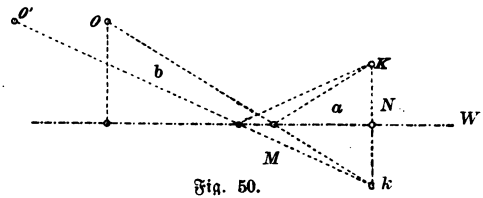


Fig. 50.

§ 71. In Fig. 50 sei K ein beleuchteter Punkt, O das Auge, W W eine polierte Metallplatte; bei den Strahlen, die K auf die Ebene W W auswirft, ist auch einer dabei, der nach O zurückgeworfen wird; es ist derjenige, bei welchem die Winkel a und b einander gleich sind; dieser Strahl trifft in M auf; der Punkt M wird erhalten, wenn man senkrecht unter K im Abstand K N einen Punkt k annimmt und diesen mit O verbindet. Das Auge sieht also das Spiegelbild von K in k.

Befindet sich jetzt der Beschauer etwas weiter ab, z. B. *bei O^1, so ist* zwar der Einfallswinkel für den zurück-

geworfenen Strahl ein kleinerer geworden, allein das Spiegelbild k ist dasselbe geblieben.

Daraus ergibt sich der Satz: Das Spiegelbild zeigt sich im selben Abstand jenseits der Spiegelfläche, als der Körper sich diesseits befindet.

§ 72. In Fig. 51 haben wir eine ruhige Wasserfläche als Spiegel; das Spiegelbild ist nach obigem Satz konstruiert. Zu bemerken ist nur, daß man für weit entfernt liegende Objekte, z. B. Berge am Gesichtskreis, Wolken ꝛc., die Augenhöhe HH als Spur der wagerechten Wasserfläche zum Abtragen des Bildes nach der Tiefe benutzt.

VIII. Kapitel.

Luftperspektive.

§ 73. Die unsere Ebene umgebende atmosphärische Luft bedingt für die Darstellung von Landschaften, Architekturen u. dergl. eine gewisse Abstufung in den Tönen und zwar so, daß das Näherliegende farbiger und bestimmter in der Form erscheint als das Entferntere.

Der Sehstrahl hat bei naheliegenden Gegenständen nur eine geringe Dicke der Luftschicht zu durchdringen, das Auge sieht daher solch nahe Gegenstände deutlicher, sowohl in ihrer farbigen Erscheinung als auch in ihren Einzelformen.

In sehr weiter Ferne hebt sich (vorausgesetzt, daß die Sonne nicht gerade in der Nähe des Auf- oder Untergangs steht) Himmel und Erde und alles darauf Befindliche nur noch leicht grau in grau ab. Die Kraft von *Licht und* Schatten nimmt also scheinbar mit der *Entfernung ab.* Da hierbei sehr wesentlich ist, ob die Luft

rein oder weniger rein ist, ferner in welcher Höhe die Sonne steht und ob Umstimmung durch zurückgeworfenes Licht entstanden ist (Reflexwirkung), so lassen sich derartige Farbenstimmungen nicht gerade nach der Schablone ausführen; sie sind im allgemeinen dem Feingefühl des Künstlers überlassen.

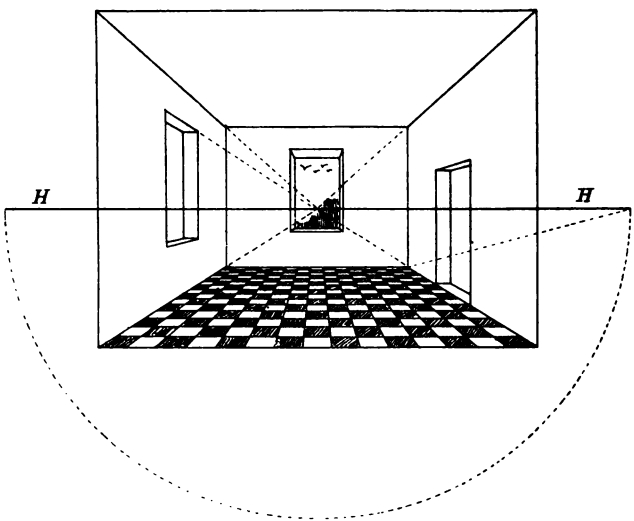


Fig. 52.

Für lineare Zeichnungen empfiehlt es sich jedoch, schon die näher liegenden Linien kräftiger und die entfernter liegenden weniger stark zu halten.

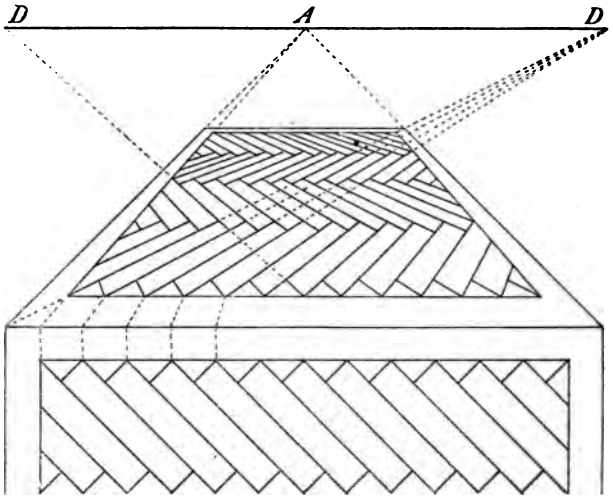


Fig. 53.

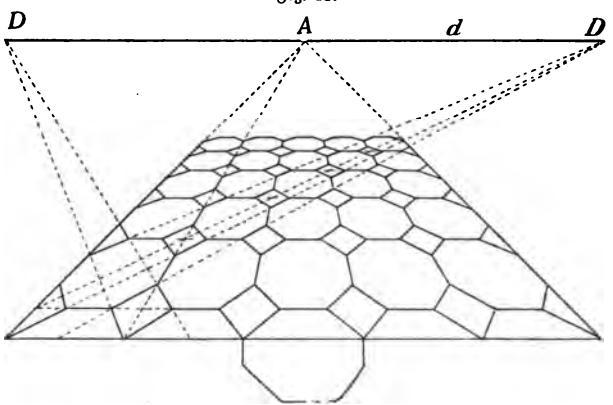


Fig. 54.

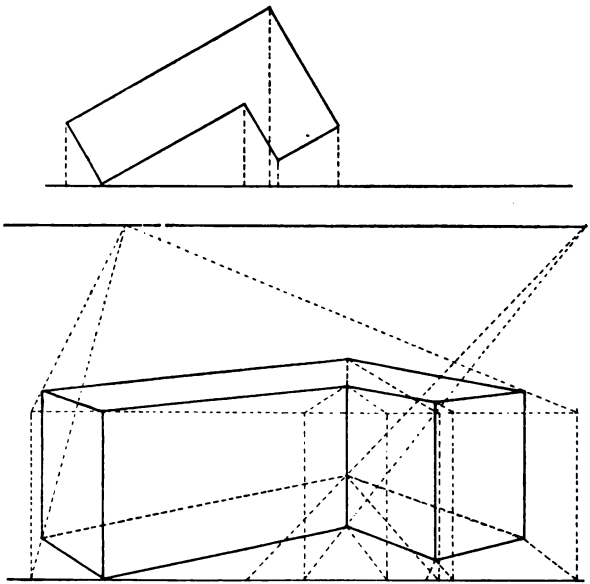


Fig. 55.

IX. Kapitel.

Übungsbeispiele.

Die Figuren 52 bis 68 bieten Beispiele, die Gelegenheit geben, die vorstehenden Sätze anzuwenden. Dieselben bieten keine besonderen Schwierigkeiten und bleiben daher dem Leser zur selbständigen Lösung überlassen. Das alte Sprichwort „Übung macht den Meister" wird sich auch *hier bewähren.*

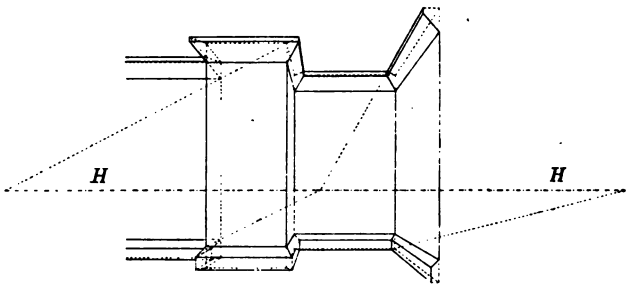


Fig. 67.

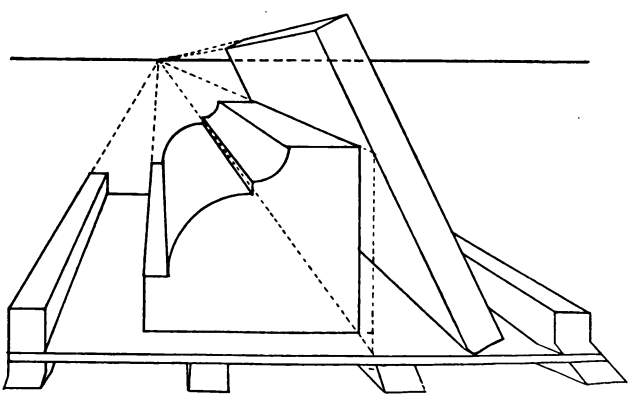


Fig. 57.

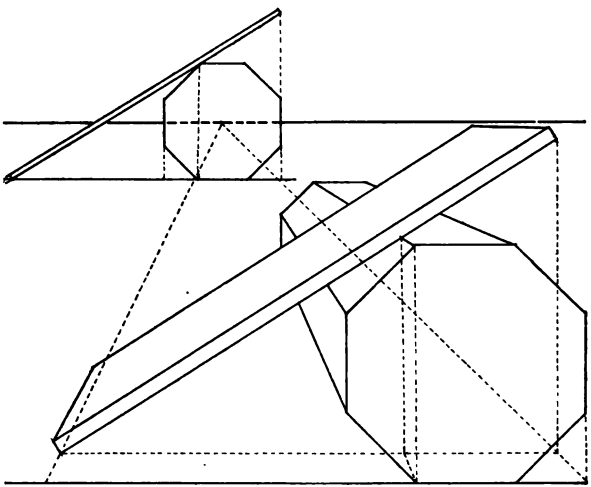


Fig. 58.

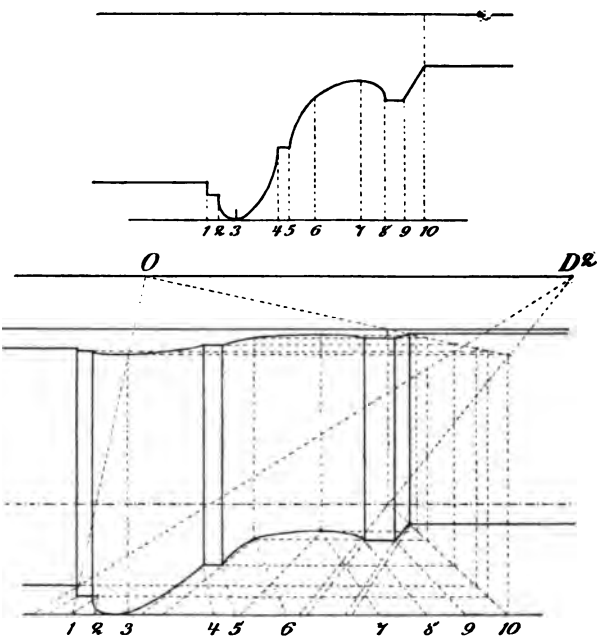


Fig. 59.

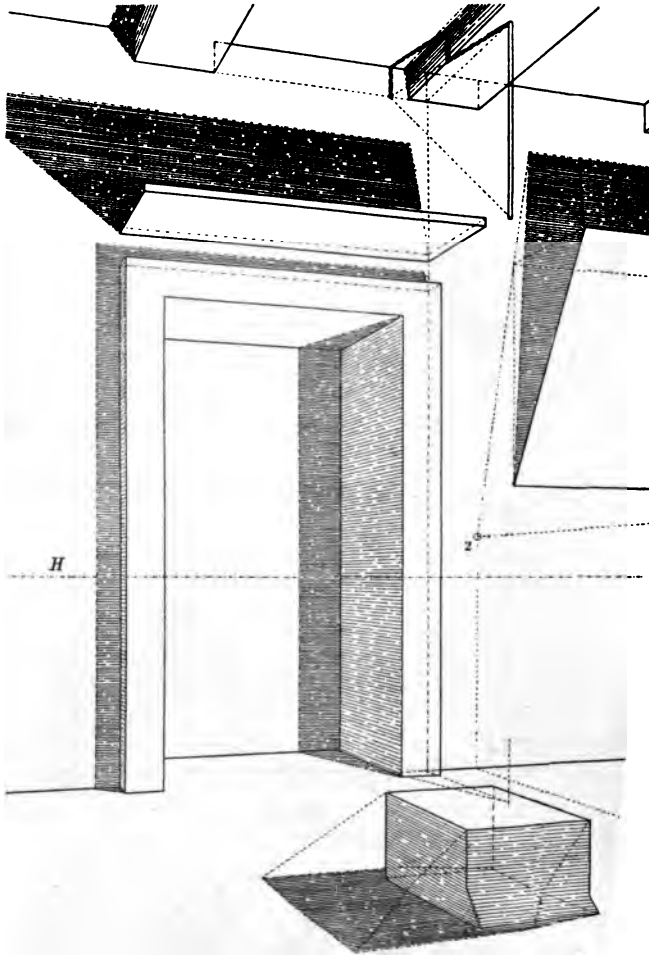
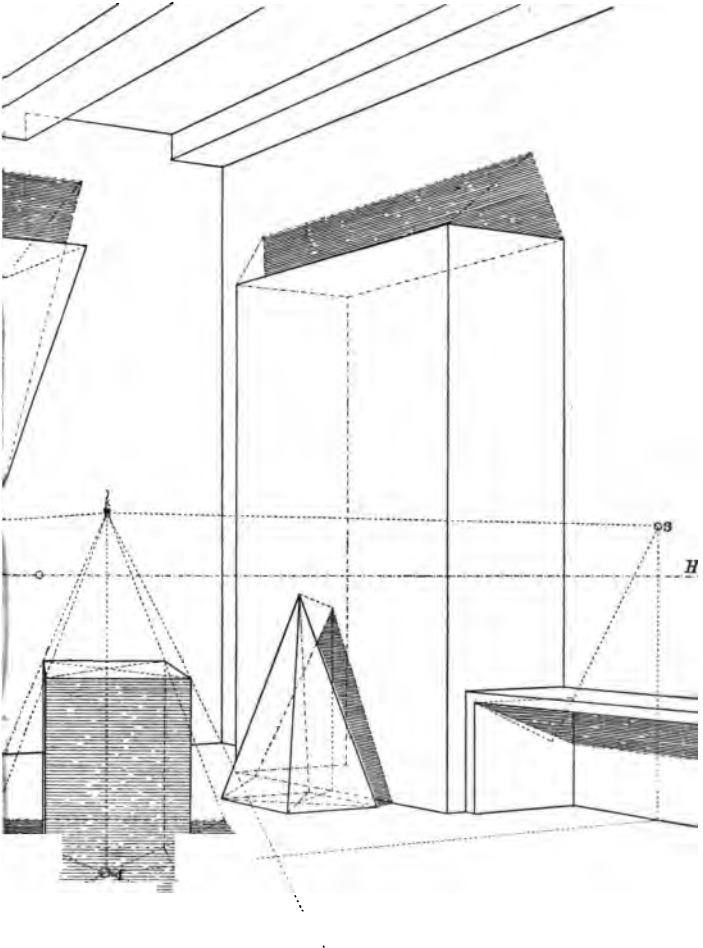


Fig. 48.


H

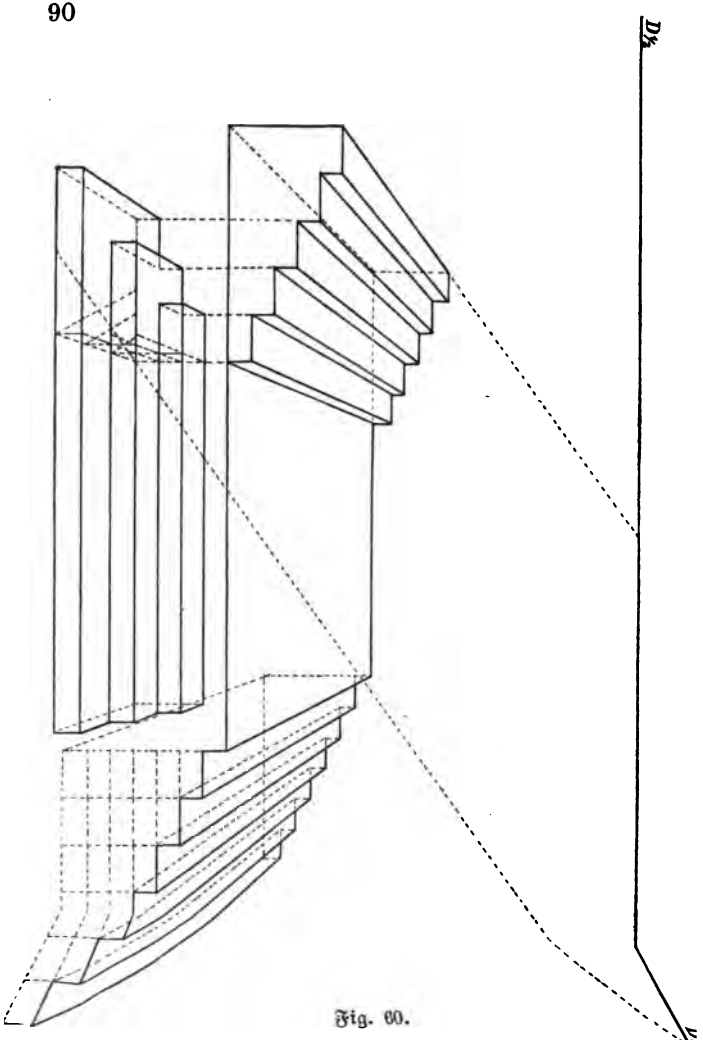
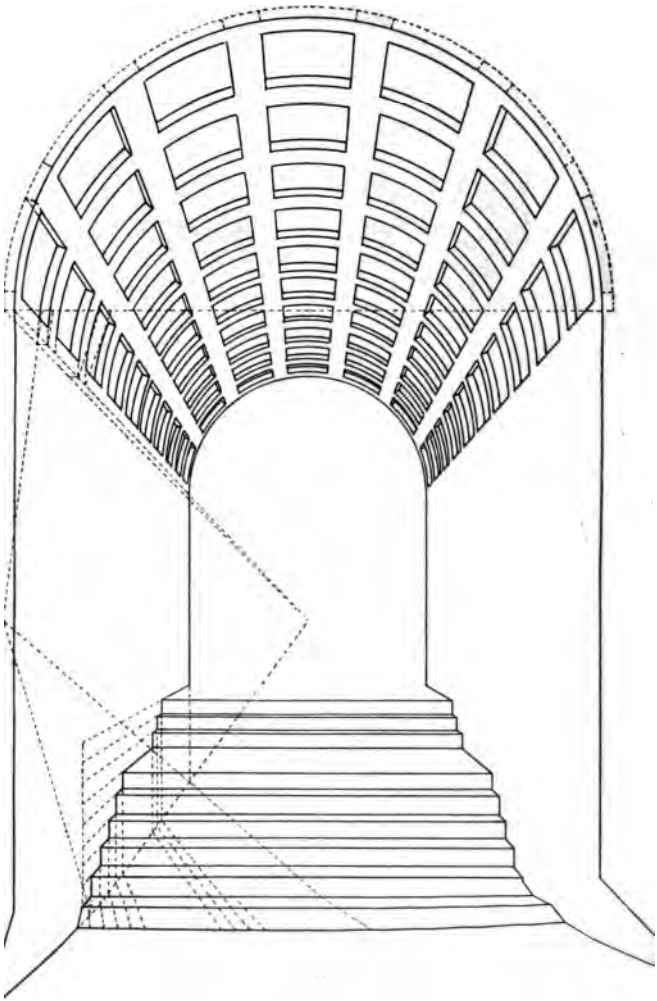


Fig. 60.



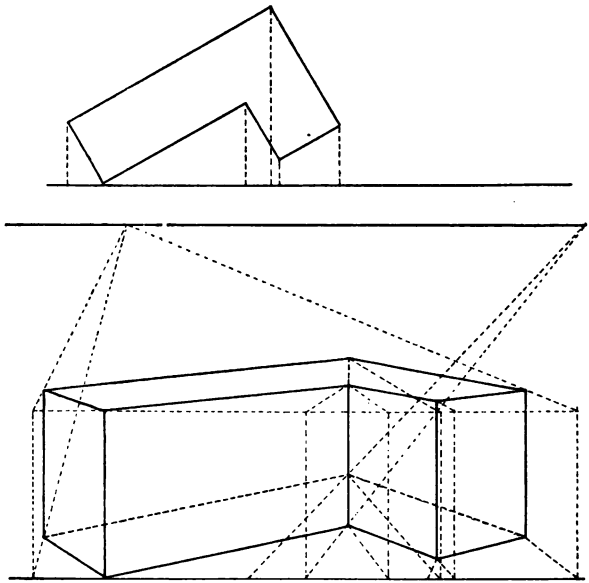


Fig. 55.

IX. Kapitel.

Übungsbeispiele.

Die Figuren 52 bis 68 bieten Beispiele, die Gelegenheit geben, die vorstehenden Sätze anzuwenden. Dieselben bieten keine besonderen Schwierigkeiten und bleiben daher dem Leser zur selbständigen Lösung überlassen. Das alte Sprichwort „Übung macht den Meister“ wird sich auch *hier bewähren.*

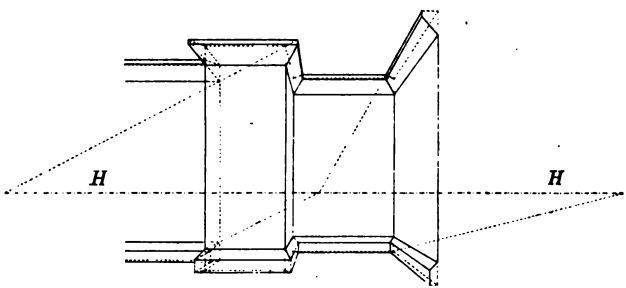


Fig. 67.

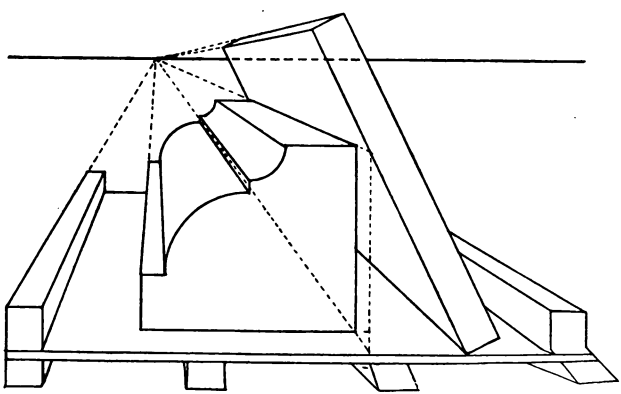


Fig. 57.

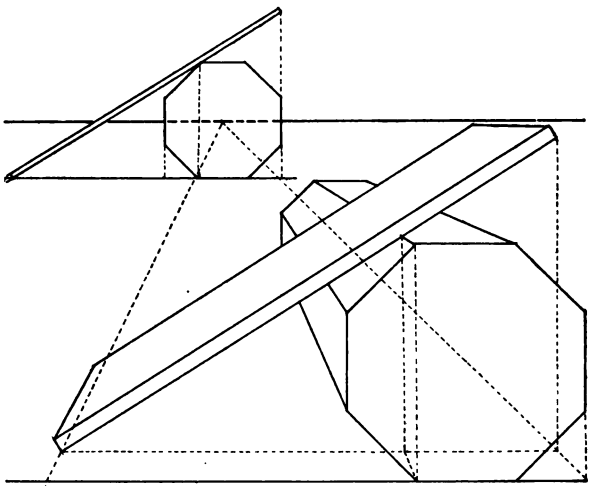


Fig. 58.

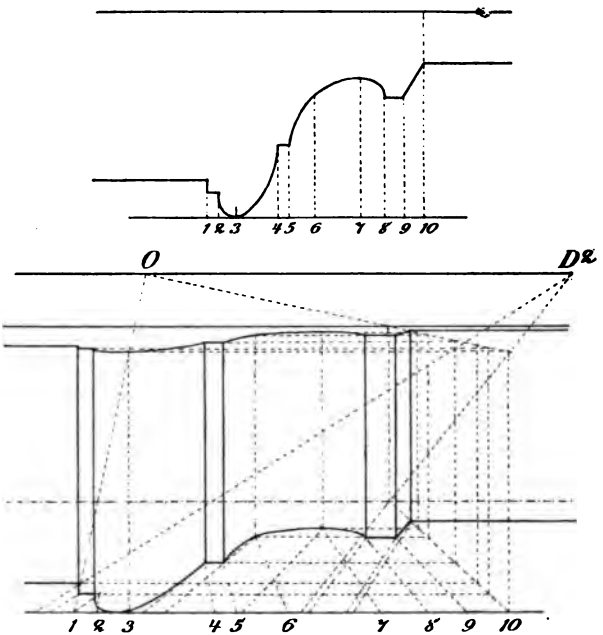


Fig. 59.

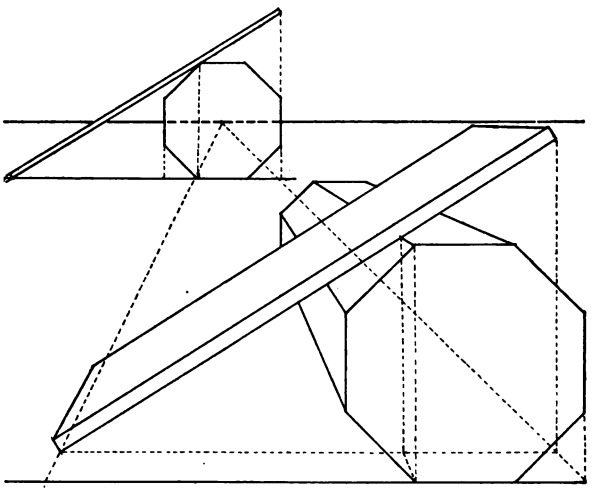


Fig. 58.

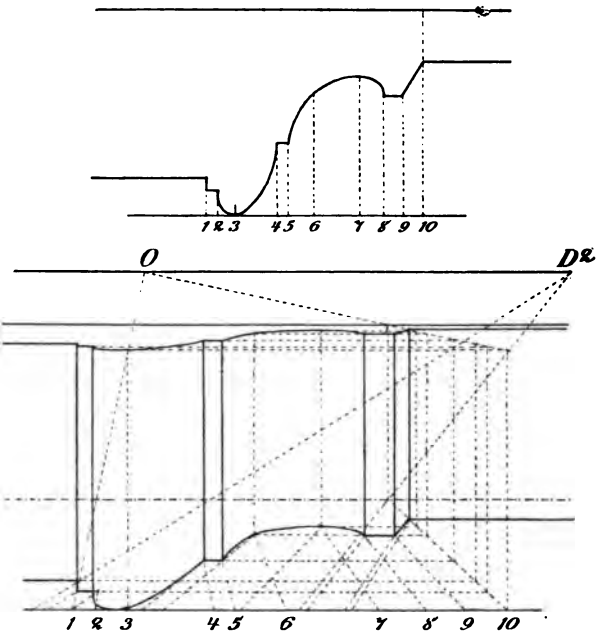


Fig. 59.

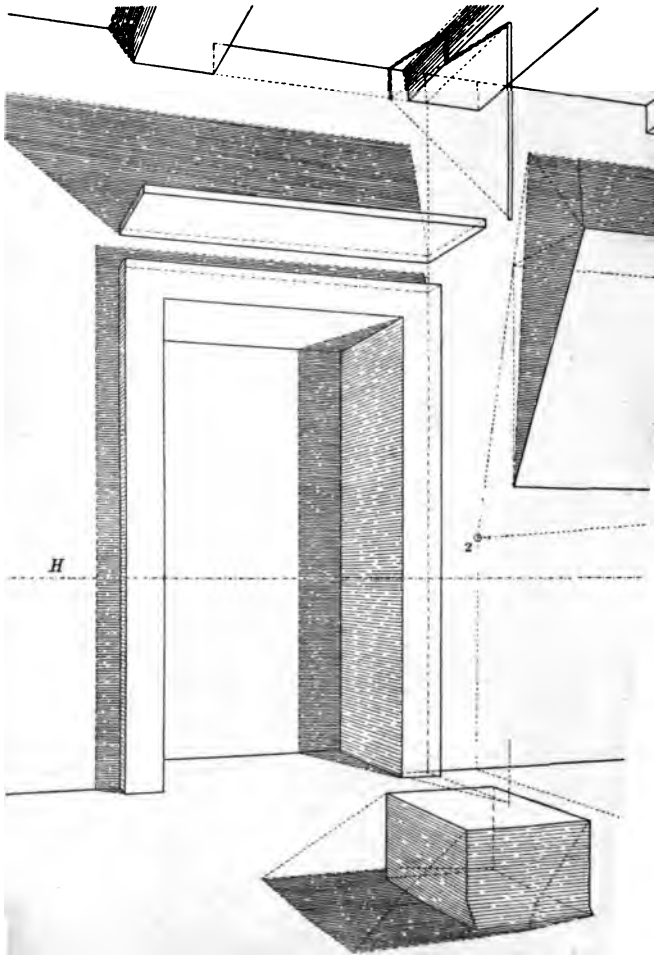
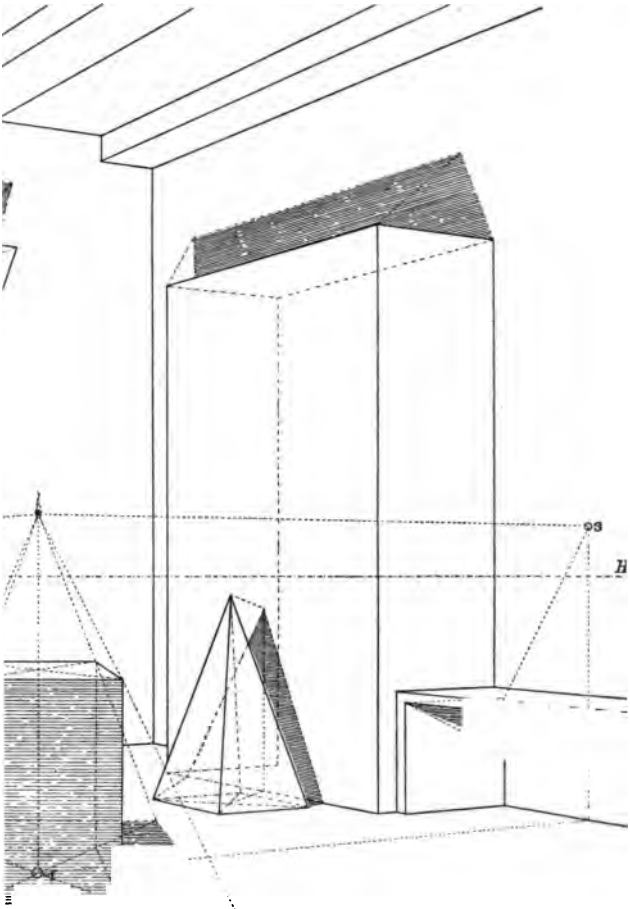


Fig. 48.


H

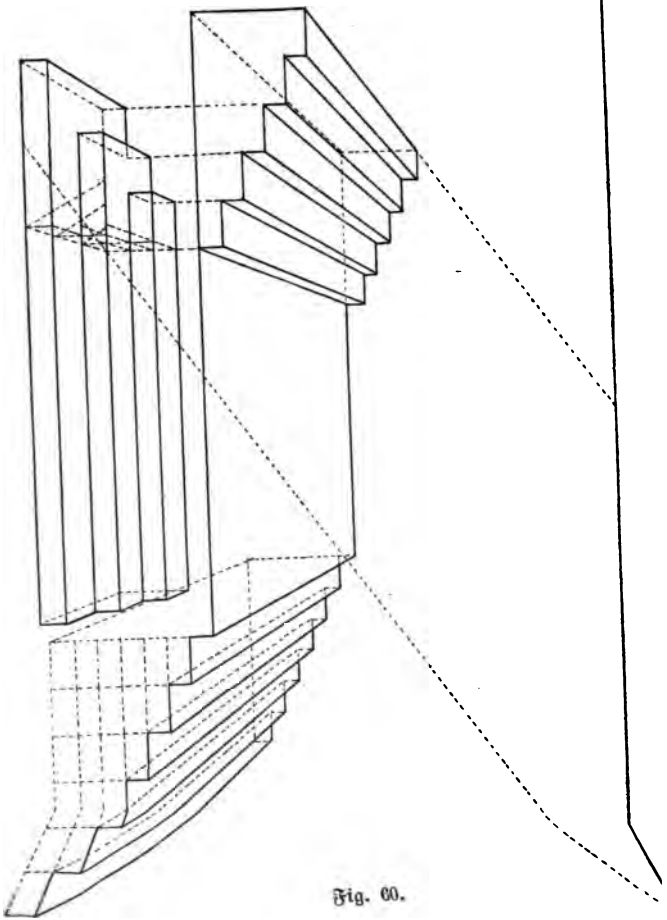
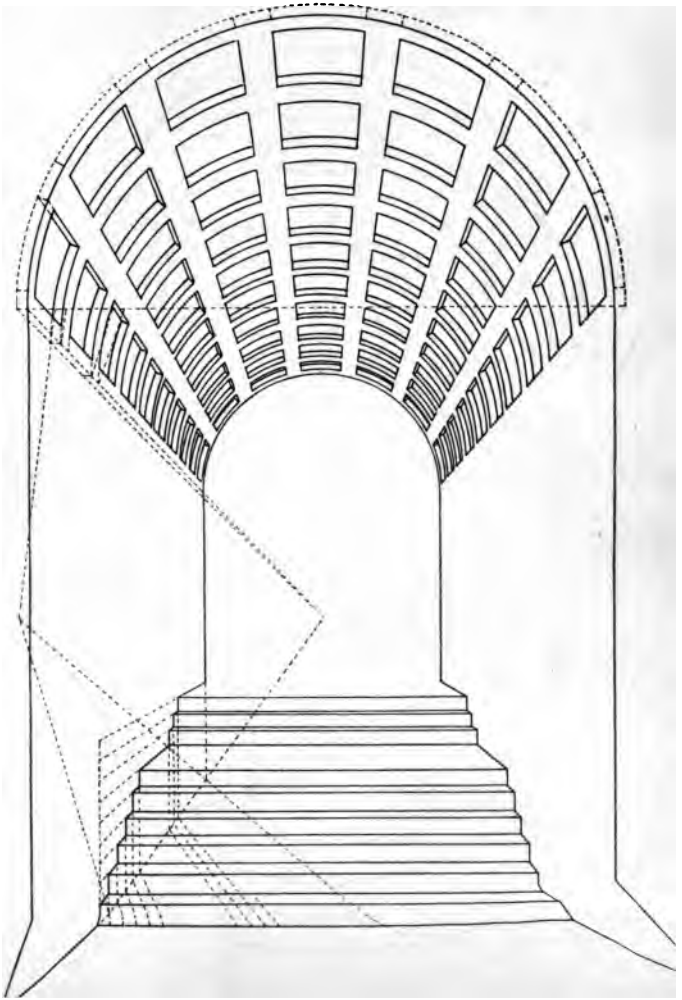


Fig. 60.



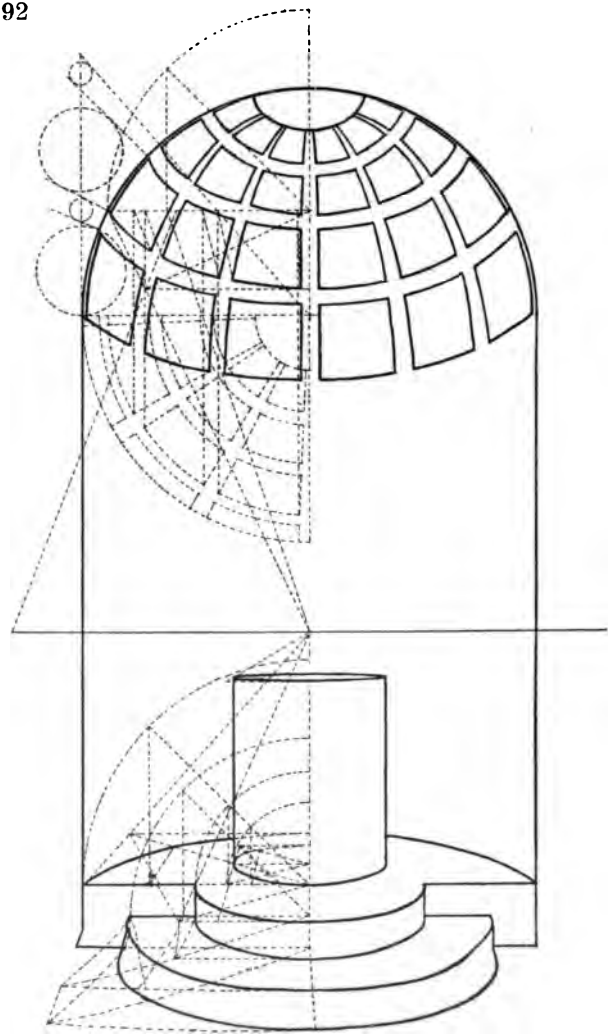


Fig. 62.

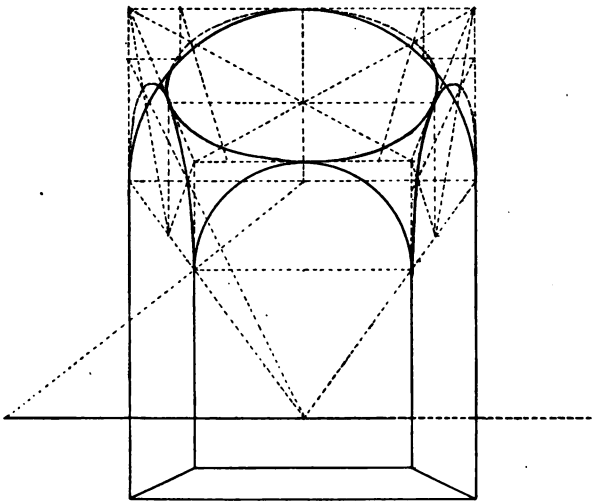


Fig. 63.

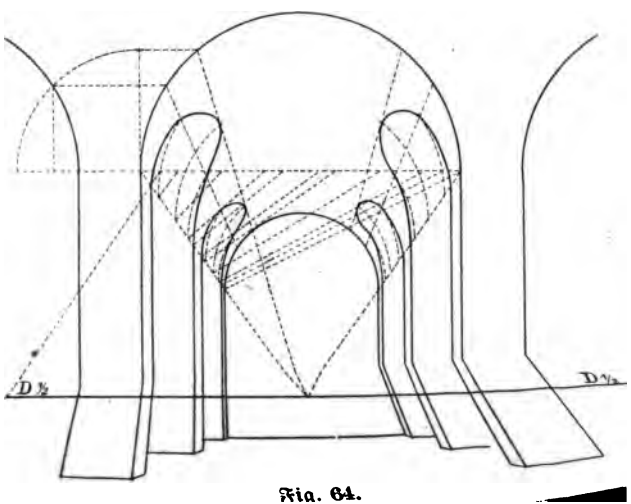


Fig. 64.

Fig. 66.

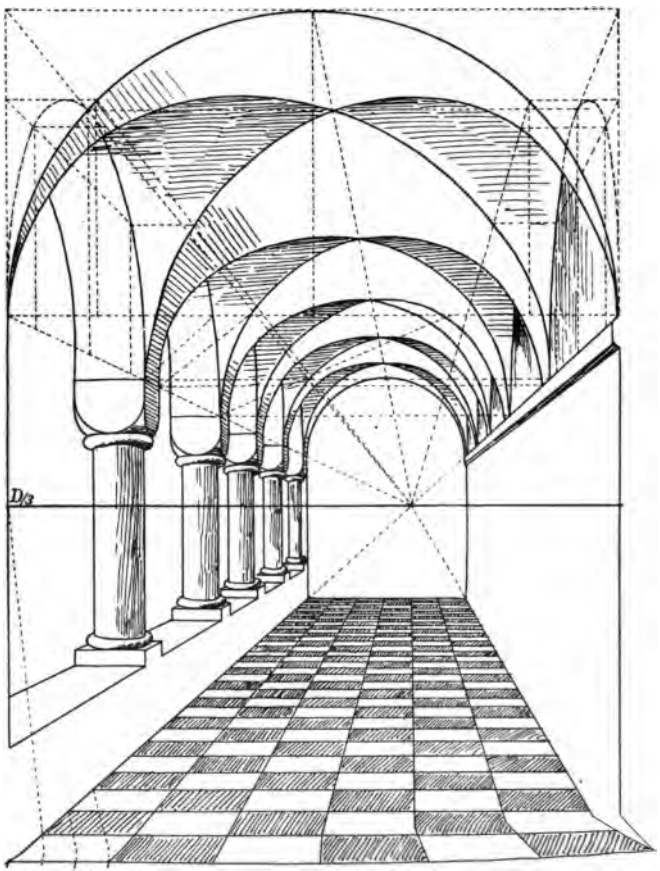


Fig. 66.

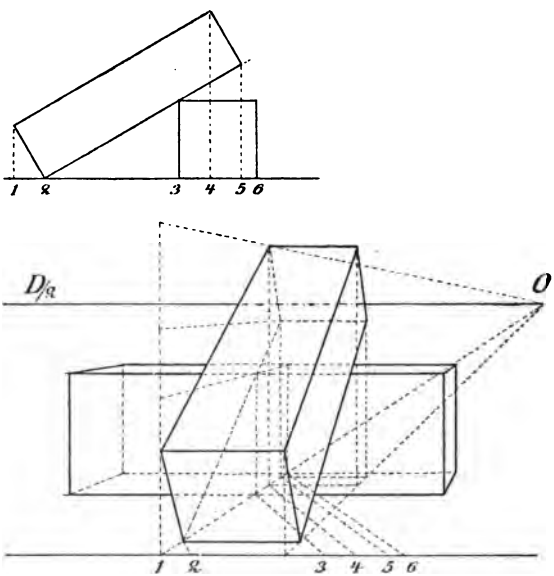


Fig. 56.

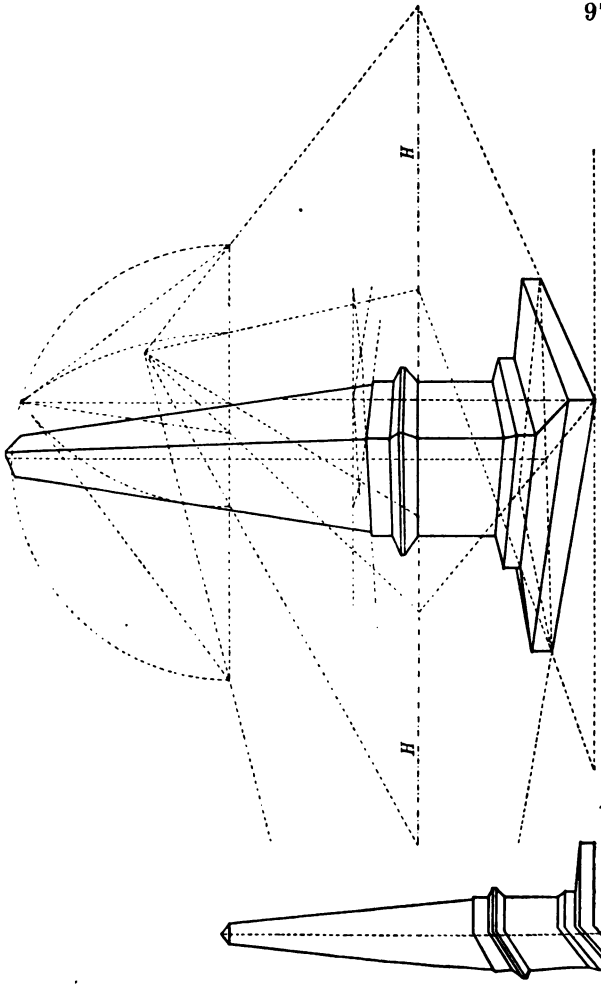


Fig. 68.

X. Kapitel.

Parallelperspektive.

Wird ein in schiefer Stellung befindlicher Körper rechtwinklig auf die drei Grundebenen projektiert (gelotet), so ergeben sich Risse (Projektionen), die von allen drei Ausdehnungen des Körpers Ansichten enthalten.

Ähnliches ist der Fall, wenn man einen geradestehenden Körper schief auf drei Grundebenen projektiert. In diesem Fall sind die Projektionen paralleler Geraden auf dieselbe Ebene ihrerseits wieder parallel. Da nun die bei obigen beiden Projektionen erhaltenen Ansichten auch die drei Ausdehnungen des Körpers andeuten, also in dieser Hinsicht der perspektivischen Ansicht ähnlich sind, so hat man dieser Art der Darstellung den Namen „Parallelperspektive“ gegeben.

Um nun die Sache für die Zwecke der Zeichnung etwas zu erleichtern, hat man einfach auf diese schrägen Richtungen von einer vorderen Kante aus die wahren Größen angetragen und damit den Riß erhalten, der die drei Maße enthält und deren Ansichten bietet. Daß ein solcher Riß nicht als tatsächliche Projektion aufgefaßt werden kann, ist ja klar; doch ist sicher, daß diese Art der Darstellung bei Werkzeichnungen das Verständnis sehr erleichtert, und da das Anfertigen einer solchen Zeichnung wenig Schwierigkeiten macht, so hat man sich rasch damit befreundet.

Fig. 70 zeigt einen Schnitt zu einem Buffetunterteil. Alle Höhen, Breiten und Tiefen sind in wahrem Maßstab aufgetragen; man hat einen Blick in die Zusammensetzung des Schrankes und gleichzeitig einen Teil seiner

Anſicht. Die ſenkrechten Kanten ſind ſenkrecht geblieben, die Tieflinien haben eine Neigung von 30° zu einer Wagerechten und die Breitenlinien eine geringere, etwa 10°. Man beginnt ſolche Zeichnung bei der vorderſten Kante, alſo hier bei der Platte oben, indem man gleich die drei Richtungen feſtſtellt; im weiteren wird genau wie bei rechtwinkligen Riſſen verfahren, nur daß man hier ſtatt wagerecht immer parallel der gegebenen Richtung zieht.

Fig. 69. Bei einem andern Verfahren wird der geometriſche Aufriß verwendet und daran in ſchräger Richtung die Tiefen geſetzt. Um aber auch der perſpektiviſchen Verkürzung etwas Rechnung zu tragen, beſtimmt man für die Längen der Tieflinien ein gewiſſes Teilmaß ihrer wahren Größe und kommt ſo der perſpektiviſchen Täuſchung *etwas näher.*

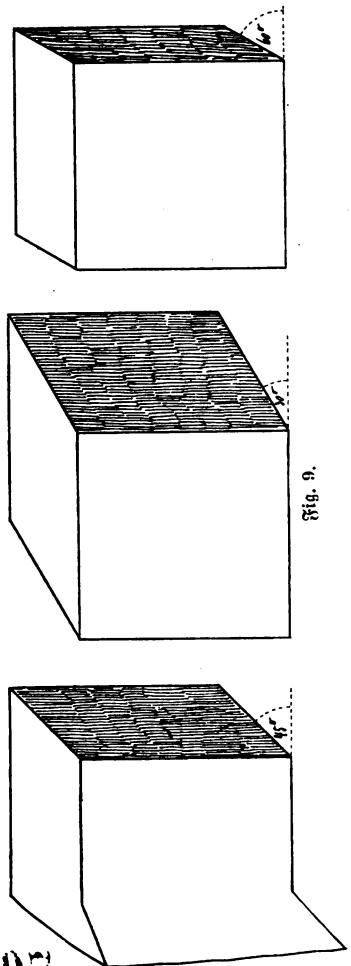


Fig. 9.

494207

Für diese Verkürzung sind folgende Verhältnisse üblich: bei einer Richtung der Tiefenlinie zur Wagerechten
von 45^0 die Hälfte der wahren Größe
bei 30^0 zwei Drittel „ „ „
„ 60^0 ein Drittel „ „ „

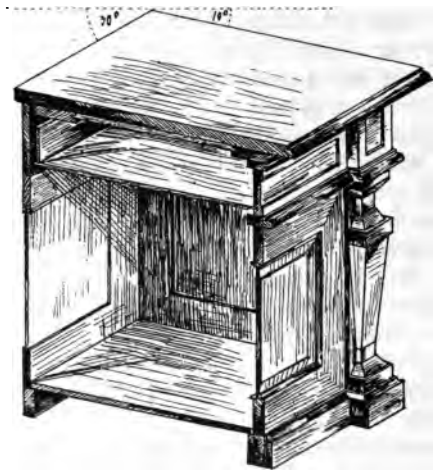


Fig. 70.

In Fig. 71 und 72, Fachwerk und Mauerecke, ist ebenfalls der geometrische Aufriß verwendet und daran die Tiefe unter 45^0 und in halber Länge angesetzt worden.

Da sich aber das Abweichen von der richtigen Perspektive mit der zunehmenden Tiefe unserem Auge immer mehr aufdrängt, so ist im allgemeinen anerkannt, daß nur Objekte von geringer Tiefe in Parallelperspektive gesetzt werden sollen.

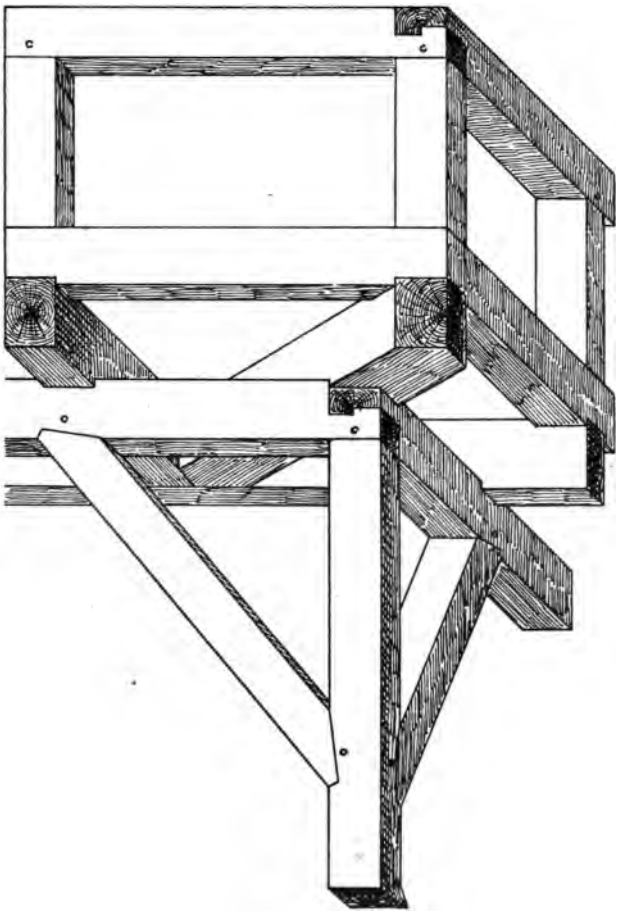


Fig. 71.

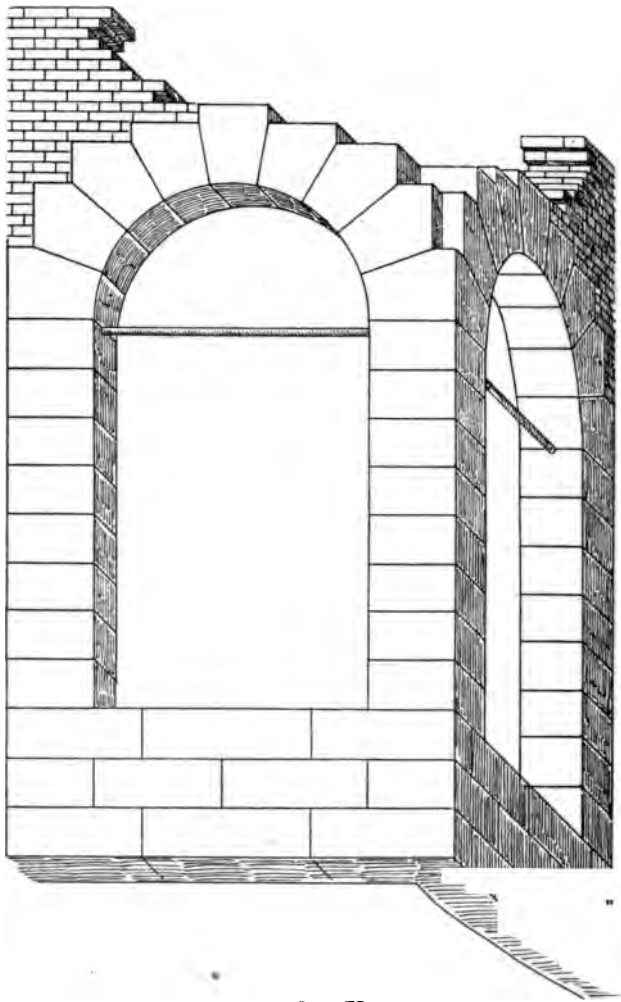


Fig. 72.

XI. Kapitel.

Schattenkonstruktion.

Was die Natur dem Auge bietet, kommt erst durch das Licht zur Erscheinung, und die verschiedenartige, mehr oder minder starke Beleuchtung der Körper läßt uns deren Formen erkennen und unterscheiden.

Bei zeichnerischen Darstellungen ist es daher von größter Wichtigkeit, die Gesetze zu kennen, nach welchen die Wirkungen der Beleuchtung sich äußern. Das Licht, sei es künstliches oder Sonnenlicht, sendet seine Strahlen nach allen Seiten geradlinig aus; wo solche Strahlen auftreffen, ist die Fläche im Licht, wo nicht, da ist sie im Schatten; wir haben also Lichtflächen und Schattenflächen. Für die Lichtflächen kommt es darauf an, unter welchem Winkel der Strahl auftrifft, denn es ist klar, daß die Fläche da am hellsten ist, wo der Strahl senkrecht auftrifft, und daß mit der zunehmenden Neigung des Strahls die Helligkeit abnimmt. Wo der Lichtstrahl nicht mehr auftrifft, sondern nur noch berührt, ist die Grenze zwischen Licht und Schatten; diese Grenze nennt man Streiflinie.

Denkt man sich Fig. 73 Punkt L als Licht, so streifen die Strahlen irgendwo an der Oberfläche des Körpers A und bilden so die Streiflinie als Grenze von Lichtflächen und Schattenflächen am Körper selbst; diese Schattenflächen nennt man den Selbstschatten des Körpers.

Befindet sich hinter dem Körper A eine Ebene E, so wäre diese, falls Körper A nicht vorhanden wäre, ganz im Licht; Körper A verdeckt aber einen Teil des Lichts, *weil die Lichtstrahlen* ihn nicht durchdringen können; es

entsteht daher auf E ein dunkler Fleck und das ist der Schlagschatten des Körpers A auf Ebene E.

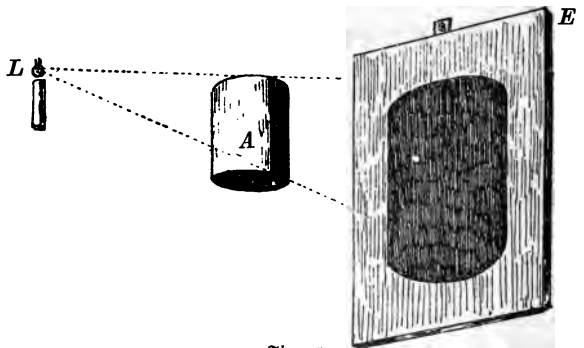


Fig. 73.

Unsere Aufgabe ist nun, die Grenzen dieser Schatten auf konstruktivem Wege zu ermitteln, um damit dem Zeichner ein Mittel zur wirksamen Darstellung von räumlichen Gebilden zu geben.

Man nimmt dabei Sonnenbeleuchtung an, und zwar so, daß die Projektionen (Lotungen) der Lichtstrahlen sowohl in der Aufriß- als in der Grundrißebene in der Richtung von 45^0 zum Grundschnitt gehen. Die Strahlen kommen von links oben und gehen über die linke Schulter des Beschauers auf den Körper.

Bei Ausführung von Schattenkonstruktionen empfiehlt es sich, den Körpern einen ganz leichten Lokalton (etwa in gebrannter Siena) zu geben, die Selbstschatten nicht allzu dunkel (in Sepia oder Schwarz) und die Schlagschatten entsprechend dunkler (etwa 2mal den Ton der *Selbstschatten*) in derselben Farbe anzulegen. Für alle *Zeichnungen ist der* Bogen aufzuspannen; von der Normal-

kugel ab sind die Zeichnungen mit Lichtstufenlinien (Isophoten) und in feinerer Abstufung der Töne mit Beachtung der Reflexwirkungen auszuführen.

Zur Bezeichnung der Figuren sind im Aufriß die großen, im Grundriß die kleinen Buchstaben angewendet; die Schattenpunkte sind gleichnamig mit den schattenwerfenden und mit dem Zeichen ' versehen, so daß also immer a' der Schattenpunkt von a ist; senkrecht untereinander liegende Punkte sind ebenfalls gleichnamig und nur durch Zahlen unterschieden, wie z. B. A_1, A_2 u. s. f.

Beispiele.

Fig. 74. Halbes achteckiges Prisma mit Deckplatte.

Wie im Grundriß ersichtlich, treffen die Lichtstrahlen noch auf die von den Geraden a b, b c, c d, g h, h i und i k begrenzten Ebenen auf; im Selbstschatten liegen daher ohne weiteres die im Grundriß durch d e, e f, k l, l m bestimmten Ebenen.

Zur Konstruktion der Schlagschatten der Deckplatte auf der Rückwand ziehe man von Punkt l den Strahl unter 45°, bis er den Grundschnitt in n trifft, ferner den im Aufriß zugehörigen Strahl aus L, bis die Senkrechte aus n in O getroffen wird; O ist jetzt der Schattenpunkt der Ecke L auf die Wandfläche. Weiter schattenwerfend auf die Wand ist die Kante K L, ihr Schatten wird von O abwärts senkrecht gehen bis zum Treffpunkt mit dem Strahl aus K; jetzt übernimmt die Senkrechte

Anmerkung. Vergleiche die Kugel in Sammlung Göschen *Nr. 39: Zeichenschule*, Tafel X.

$K K_1$ die Streiflinie und wirft ihren Schatten ebenfalls senkrecht in die Verlängerung von O P nach Q, wo der Strahl aus K_1 die Senkrechte aus n schneidet; von hier ab geht, wie die Streiflinie $K_1 J_1$, so auch ihr Schatten von Q aus wagerecht. Denkt man sich nun die auf d e senkrechte Ebene herausverlängert, bis ihre Horizontalspur i k in r schneidet, und durch a eine zu r m Parallele a s gezogen, so ist sofort klar, daß die gebrochene Kante s i r ihren Schatten nicht mehr auf die Wand, sondern auf das Prisma a b c d werfen muß. Der Strahl aus R trifft die Prismenkante in D; von hier aus geht die Richtung der Schattengrenze wagerecht bis zum Strahl aus J_1 in S; jetzt wird $H_1 J_1$ schattenwerfend und zwar werden die Ebenen a b, b c und c d Teile des Schattens von $H_1 J_1$ bekommen. Der Schatten einer Geraden auf einer Ebene ist immer wieder eine Gerade; wenn man also den Schatten von $H_1 J_1$ auf Kante c hätte, so brauchte man nur diesen Punkt geradlinig mit S zu verbinden. Dieser Schattenpunkt wird gefunden, wenn man von c aus parallel zur Lichtstrahlenrichtung nach A herauszieht, den Punkt T senkrecht über A im Aufriß bestimmt und aus T den Strahl T U zieht, *so ist jetzt U S der* Schatten von $T J_1$ auf Ebene c d. *Die Strahlen* b v und V W ergeben nun die weitere

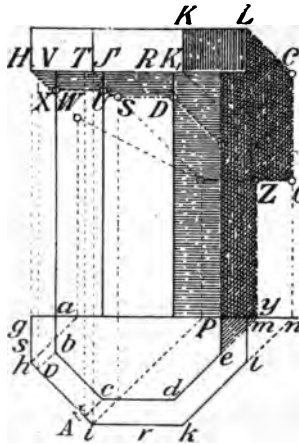


Fig. 74.

Richtung W U der Schattengrenze; U W muß hier wagerecht werden, weil V T ebenfalls wagerecht liegt und V T parallel b c ist. Der auf die Ebene a b fallende Teil des Schattens ist im Aufriß nicht sichtbar; damit ist der Schatten der Platte auf das Prisma erledigt; auf der Wand zeigt sich noch die Strecke H X als Schattengrenze in der Lichtstrahlenrichtung; sie rührt von der durch g s im Grundriß dargestellten Kante der Deckplatte her.

Es bleibt nur noch übrig, den Schatten des Prismas an der Wand zu konstruieren, indem man d e bis nach y an der Wand verlängert und von hier aus senkrecht bis Z hochzieht, wo die Wagerechte aus Q getroffen wird.

Fig. 75. Halber Cylinder mit Deckplatte.

Zieht man an den Grundkreis des Cylinders eine Tangente in der Lichtstrahlenrichtung, welche in a berührt, so bezeichnet die Senkrechte aus a im Aufriß die Grenze des Selbstschattens am Cylinder; sie ist auch schattenwerfend auf die Wand, und man findet ihren Schatten, wenn man den Strahl durch a bis an die Wand nach b verlängert und von hier aus senkrecht hochzieht.

Die Deckplatte wird ihren Schlagschatten zum Teil auf die Wand und zum andern Teil auf die Cylinderfläche werfen. Auf die Wand trifft das Stück aus h f, ferner c d und d e; auf die Cylindermantelfläche das Stück aus f g und g c. Die Grenze des Schattens aus h f wird bezeichnet durch den Strahl von G^1 bis zum Cylindermantel; der Schatten aus c d beginnt beim Schnittpunkt des Strahls aus C^1 mit dem Schlagschatten des Cylindermantels und geht von hier aus wie die *schattenwerfende* Kante $C^1 D^1$ in wagerechter Richtung bis

zum Strahl D^1; die Fortsetzung wird nun senkrecht aus der Kante $D D^1$ in H J; von hier aus wirft die Wagerechte D E ihren Schatten nach E J.

Wenn man nun aus f und g und etwa noch einem Zwischenpunkt k im Grundriß die Strahlen nach dem Cylindermantel zieht und von hier aus nach dem zugehörigen Strahl aus G^1 hochlotet, so ist klar, daß der Schatten der Geraden f g auf die Cylinder-Mantelfläche sich als Gerade in der Vertikalprojektion (Aufriß) zeigt; man kann die Summe der an f g streifenden Strahlen auffassen als eine Ebene durch f g, also senkrecht zur Aufrißebene und die Schattengrenze als den Schnitt dieser Ebene mit dem Cylindermantel; dieser Schnitt muß sich, weil senkrecht auf der Aufrißebene, in seinem Aufriß als Gerade zeigen.

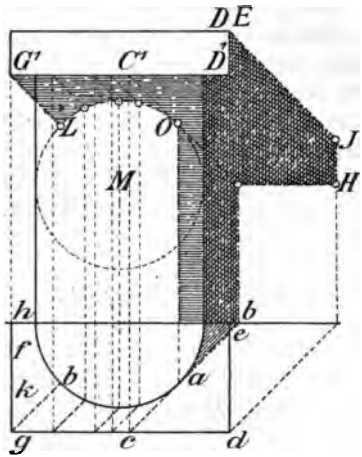


Fig. 75.

Anders ist es mit der Schattengrenze aus g c. Die Summe der an g c streifenden Lichtstrahlen kann man wiederum auffassen als eine Ebene; diese Ebene ist zur Aufrißebene unter 45^0 geneigt und ihre Spur ist parallel dem Grundschnitt; die wahre Schnittfigur einer solchen Ebene mit einem senkrechten Kreiscylinder ist eine Ellipse, *aber dieselbe zeigt* sich im Aufriß als ein Kreis mit dem *Halbmesser des* Grundkreises, und zwar liegt der Mittel-

punkt M in dem Treffpunkt des Strahls aus G^1 mit der Achse des Cylinders. Man braucht also nur aus M mit M L einen Kreisbogen zu beschreiben, bis er den Selbstschatten des Cylinders in O trifft, so ist Bogen L O der Schatten von $G^1 C^1$ auf den Cylinder; der Kreis aus M würde in seiner Fortsetzung die Umrißmantellinien berühren. Man kann die Probe für die Richtigkeit des Schattens aus $G^1 C^1$ leicht dadurch machen, daß man die Schatten einiger Zwischenpunkte aufsucht und diese durch eine Kurve verbindet; dieselbe wird sich mit unserem Kreisbogen L O decken.

Fig. 76. Halber Cylinder mit runder Deckplatte.

Die Selbstschatten der Cylinder werden auch hier wieder gefunden, indem man an die Grundkreise die Tangenten in der Lichtstrahlenrichtung zieht und aus den Berührungspunkten a und b die Mantellinien hinauflotet. Diese letzteren $A A_1$ und $B B_1$ sind Streiflinien und werfen ihren Schatten an die Wand nach G G' und B' H'.

Die Deckplatte wirft ihren Schatten zum Teil wieder auf die Wand, zum andern Teil auf den Cylinder. Die Wand bekommt den Schatten von e f und d b c, der Cylinder von *e d; die* Lichtstrahlen

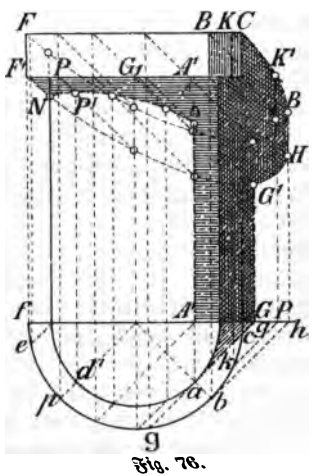


Fig. 76.

streifen wieder an der Oberkante B C, an der Mantellinie $B B_1$ und an der Unterkante $B_1 D_1 F_1$.

Wie gestaltet sich nun der Schatten aus B C?

Jedenfalls ist C Anfangspunkt, weil schon an der Wand liegend; B hat seinen Schatten B^1; da aber B C ein Bogen ist, so muß sein Schatten eine Kurve sein und wir werden daher Zwischenpunkte nehmen, z. B. K (im Grundriß k); der Strahl aus k trifft die Wand in k^1; senkrecht über k' und zwar beim Schnittpunkt mit dem Strahl aus K liegt K', der Schattenpunkt von K; ähnlich wie K' können noch mehrere Zwischenpunkte gefunden und durch eine stetige Kurve C K' B' verbunden werden. Die Fortsetzung der Kurve ginge dann, wie aus der Figur ersichtlich, durch F; genau um die Strecke $B B_1$ senkrecht nach unten verschoben, läge die Schattenkurve der Unterkante $C_1 B_1 D_1 F_1$; diese Schattenkurven sind halbe Ellipsen; die untere schneidet in G' den Schlagschatten der Streiflinie $A A^1$; der Strahl nach G' kommt von G_1 (senkrecht über g) und streift $A A^1$ in O; O ist also der Anfangspunkt rechts der Schattenkurve auf dem Cylinder. Der Anfangspunkt N links liegt im Schnitt der Schattenkurve $F_1 G_1 C_1$ mit der Umrißmantellinie des Cylinders; Zwischenpunkte sind zu erhalten, indem man z. B. aus dem beliebigen Punkt p den Strahl bis zum innern Kreis nach p' zieht; die Senkrechte aus p' ergibt dann beim Schnitt mit dem Strahl aus P einen Zwischenpunkt P' der Schattenkurve auf dem Cylindermantel. Auf dieselbe Art sind mehrere Punkte festzustellen und durch eine stetige Kurve freihändig zu verbinden.

Fig. 77. Gegeben ist ein halber wagerechter Hohlcylinder von dem Profil ABCDEFG nebst *zugehörigem* Grund- und Aufriß.

Der Hohlcylinder liegt noch teilweise im Selbstschatten, weil das unterwölbte Stück B C D keine Lichtstrahlen empfängt; erst von D ab fallen die Lichtstrahlen wieder auf die Fläche D E F auf.

Zieht man also aus B^1 den Strahl bis zur Wagerechten aus D zu J, so ist die aus J nach rechts gezogene Mantellinie die Selbstschattengrenze; der Hohlcylinder sei aber senkrecht zum Grundschnitt abgeschnitten, und es wird daher noch zu untersuchen sein, wie von J aus die Schattengrenze nach links verläuft. Ein Strahl berühre den Bogen B C D in D, so ist jedenfalls sicher, daß in das Bogenstück B C kein Licht eindringen kann; denn, wenn man sich durch die Mantellinie C_1 C_2 eine Ebene gelegt denkt mit einer Neigung von 45^0 zur Aufrißebene (Seitenspur H C), so würden alle in dieser Ebene gezogenen Lichtstrahlen den Cylindermantel berühren; keiner würde schneiden; C^1 ist also Anfangspunkt des Selbstschattens, weil erst vom Punkt C ab schräge Lichtstrahlen auf die Cylindermantelfläche eindringen können.

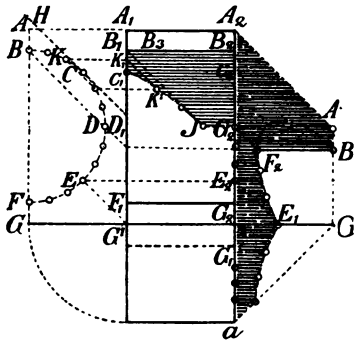


Fig. 77.

Eine zweite in derselben Richtung durch eine Mantellinie K gedachte Ebene würde nach der Mantellinie K_1 schneiden und diese würde von dem zugehörigen Strahl K_2 in K' getroffen werden; K' ist also ein Punkt der *Schattengrenze*; dieselbe Konstruktion läßt sich noch für

weitere beliebig angenommene Zwischenpunkte anwenden und man erhält dann die Kurve J K' C'.

Zur Ermittlung des Schlagschattens an der Wand, welche von der Kante $A_2 B_2 C_2 D_2 G_2$ geworfen wird, ziehe man im Seitenriß von den Punkten A B C ꝛc. die Strahlen; ihre Auftreffpunkte an der Wand bezeichnen die Höhen der zugehörigen Schattenpunkte, und die Schnittpunkte dieser Höhenlinien mit den Strahlen aus $A_2 B_2 C_2$ ꝛc. sind die Schattenpunkte selbst.

Die Grenzlinie des Schlagschattens an der Wand zeigt sich nun wie folgt. Zunächst von oben ab sieht man $A_2 A'_2$ als Schatten der auf der Aufrißebene senkrechten Geraden a g; sodann $A'_2 B'_2$[1] herrührend von $A_2 B_2$; jetzt übernimmt ein Stück der Kante $B_1 B_2$ die Funktion als Streiflinie und zwar von B_2 ab bis B_3, wo der durch J_2 rückwärts verlängerte Strahl die Kante $B_1 B_2$ getroffen hat.

Wir haben gesehen, daß der Strahl aus B_1 in J auf dem Hohlcylinder auftrifft; der Strahl aus B_3 streift den Endpunkt J_2 und trifft auf der Wand in J'_2 auf; alle weiteren rechts von B_3 liegenden Punkte bis B_2 senden ihre Strahlen direkt an die Wand, so daß also tatsächlich $B_3 B_2$ schattenwerfend ist und die Schattengrenze $J'_2 B'_2$ erzeugt; diese Geraden überschneidet die Schattenlinie der Außenkante $B_2 C_2 D_2 E_2$, und da dieser Fall sehr häufig bei Schlagschatten von Gesimsen auf Wandflächen eintritt, so sei hiermit auf diese eigentümliche Erscheinung besonders hingewiesen. In allen Fällen, wo sich Schlagschatten auf der Wand überschneiden, ist immer der äußere Umriß als Schattengrenze festzuhalten.

Fig. 78. Ring mit Grundflächen parallel der *Aufrißebene.*

Der Selbstschatten ist im Aufriß nicht sichtbar; die einzelnen Kreise ergeben auf der Aufrißebene kongruente Figuren als Schlagschatten; es erhellt dies sofort daraus, daß man sich die Kreise einfach in der Lichtstrahlenrichtung bis zur Aufrißebene zurückgeschoben denken kann; die Lösung unserer Aufgabe besteht also, wie aus der Figur ersichtlich, einfach darin, daß wir die Mittelpunkte der Kreise auf die Aufrißebene zurücktragen und mit den Halbmessern des Ringes Kreise beschreiben und diese durch Tangenten unter 45^0 verbinden.

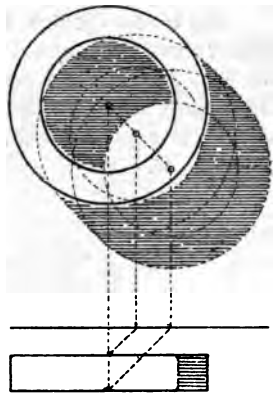


Fig. 78.

Fig. 79. Wagerechter Ring.

Denkt man sich zunächst den Ring voll, so ist es ein senkrechter Kreiscylinder und der Selbstschatten wird gefunden, wenn man von den Berührungspunkten a und b der Strahlen an dem Grundkreis die Mantellinien $A_1\ A_2$ und $B_1\ B_2$ hochzieht. Die Schatten dieser Linie fallen nach $A'_1\ A'_2$ und $B'_1\ B'_2$; die obere Grenzkurve ergibt sich aus dem oberen Halbkreis a g c e b; die untere Grenze aus dem unteren Halbkreis a f d h b (im Aufriß $A_2\ F_2\ B_2$). Damit ist der äußere Umriß E B'_2 H'_2 D'_2 F'_2 A'_2 A' G' C' E des Schlagschattens festgestellt. Er setzt sich zusammen aus zwei Halbellipsen und zwei Senkrechten, und zwar *berühren die* Senkrechten die Ellipsen.

Am innern (hohlen) Cylinder sind zunächst zwei Selbstschattenkurven J L und K M von der Art der Kurve C_1 K' J in Fig. 77, und es liefert dann der obere Halbkreis i o k den einen Teil der Schlagschattenkurve und der untere Halbkreis i p k den andern; ihre Schnittpunkte liegen in L' und M'.

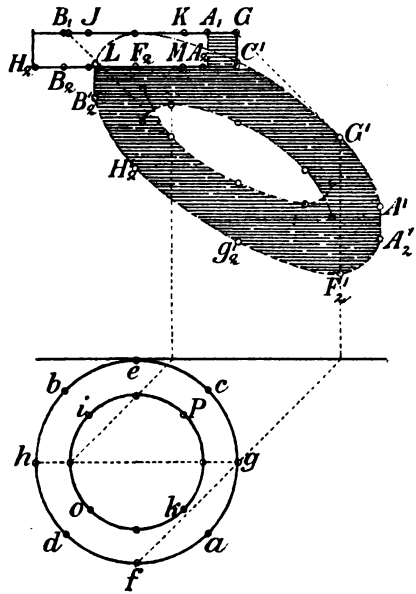


Fig. 79.

Nische.

Fig. 80. Die Nische ist hier ein halber hohler *Kreiscylinder, oben in einer Viertelskugel endigend.*

Für den Selbstschatten der Nische, soweit sie cylinderförmig ist, können wir ja ohne weiteres die Strahlen von den Punkten a und b bis zur Mantelfläche nach a^1, b^1 zurückziehen und von hier bis zu den zugehörigen Strahlen im Aufriß hochloten, womit wir A^1 und B^1 erhalten.

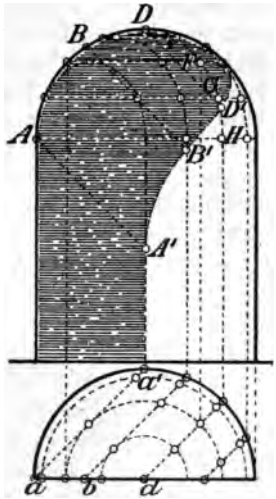


Fig. 80.

Die Sache hat aber ein Ende, sobald die Aufrißstrahlen in die Kugelfläche auftreffen; denn jeder weitere Auftreffpunkt liegt jetzt auf einem andern Parallelkreis. Wo z. B. der Strahl aus D auftrifft, ist erst zu untersuchen. Man legt zu diesem Zweck durch D in der Lichtstrahlenrichtung und senkrecht zur Aufrißebene eine Hilfsebene und konstruiert mit Hilfe von Parallelkreisen den Schnitt dieser Ebene mit der Nische. Der Schnitt ergibt die Kurve D E F G H und der Strahl aus D liefert nun in D^1 einen Punkt der Schattenkurve. Auf diese Weise kann man beliebig viele weitere Punkte konstruieren.

Hohle Halbkugel.

Fig. 81. Dieses Beispiel bietet eine andere und genauere Lösung der letzten Aufgabe. Anfangs- und Endpunkt des Selbstschattens sind jedenfalls die Berührungspunkte *A* und B des Lichtstrahls am Randkreis. Zum

Verständnis der Konstruktion von Zwischenpunkten denke man sich eine zur Aufrißebene senkrechte Hilfsebene in der Richtung des Lichtstrahls C d und lote auf diese Ebene den Lichtstrahl z. B. des Zwischenpunktes E. Der Strahl durch E liegt in einer zur Aufrißebene senkrechten Ebene E F; diese wird nach C d hinausgerückt, so daß Mittelpunkt M auf A B nach B gleitet, und jetzt klappt man um C d die Ebene mit dem Strahl in die Aufrißebene nieder;

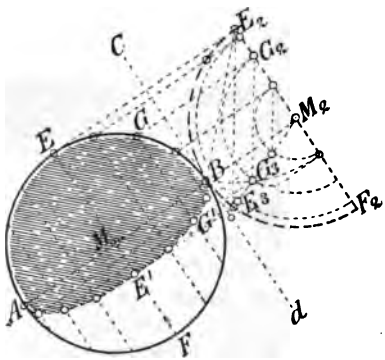


Fig. 81.

der Schnitt der Ebene E F mit der Nische ist dargestellt durch den Halbkreis E_2 B F_2 und der durch E gehende Strahl durch E_2 E_3; diese Gerade ist die wahre Größe des Strahls aus E; und wenn man jetzt Punkt E_3 in derselben Richtung, wie er mit der Ebene hereingeschoben wurde, wieder hinausschiebt, so ergibt sich der Schattenpunkt E_1.

Wichtig hierbei ist der Winkel E_3 E_2 F_2, denn es ist der Neigungswinkel des Strahls E E_1 zur Aufrißebene; da die Strahlen alle parallel gehen, so bleibt dieser Winkel gleich, *und man kann ihn* daher konstruieren, indem man irgendwo *außerhalb der* Figur eine beliebige Gerade e f zieht, an

dieser einen Winkel von 45° f e e_1 anträgt ($e\,e_1$ ist beliebig lang), von e aus mit $e\,e_1$ den Bogen e_1 f zieht und in f die Senkrechte errichtet, bis sie die mit e f Parallele durch e_1 in e_3 schneidet, so ist e_3 e f der gesuchte Winkel.

Die Konstruktion für einen beliebigen Punkt G ist also folgende. Auf der verlängerten A B ziehe durch einen Punkt M_2 eine Gerade in der Richtung der Aufrißprojektion der Lichtstrahlen und von G parallel A B die Gerade $G\,G_2$; beschreibe nun aus M_2 mit $M_2\,G_2$ einen Halbkreis und lege an G_2 den Winkel e_3 e f an, bis er den Halbkreis in G_3 schneidet; von G_3 ziehe parallel A B herein nach dem Strahl aus G, so ist der Treffpunkt G_1 ein Punkt der Schattengrenze.

Hat man einmal einen Punkt E_3 oder G_3 ermittelt, so braucht man nur $E_3\,M_2$ zu ziehen, und der Schnitt dieser Geraden mit den verschiedenen Parallelkreisen liefert dann die weiteren Punkte, H_3, J_3 2c.

Es ist damit erspart, aus $H_2\,J_2$ die zu $E_2\,E_3$ Parallele zu ziehen. Die Schattengrenze ist eine ebene Kurve von der Spur $E_3\,M_2$.

Diese Konstruktion liefert ohne Einzeichnung von Schnitten eine genaue Punktreihe für die Schattenkurve.

Senkrechter Kreiskegel.

Fig. 82. Die Lage des Kegels ist so gewählt, daß ein Teil des Schattens in die Aufrißebene, der andere in die Grundrißebene fällt.

Zur Konstruktion des Schattens in der Grundrißebene denke man sich diese noch über den Grundschnitt hinaus verlängert und den Schatten s_2 der Spitze konstruiert, so bilden die Tangenten an den Grundkreis $s_2\,a$ und $s_2\,b$ die Grenzen des Schlagschattens in der Grundriß-

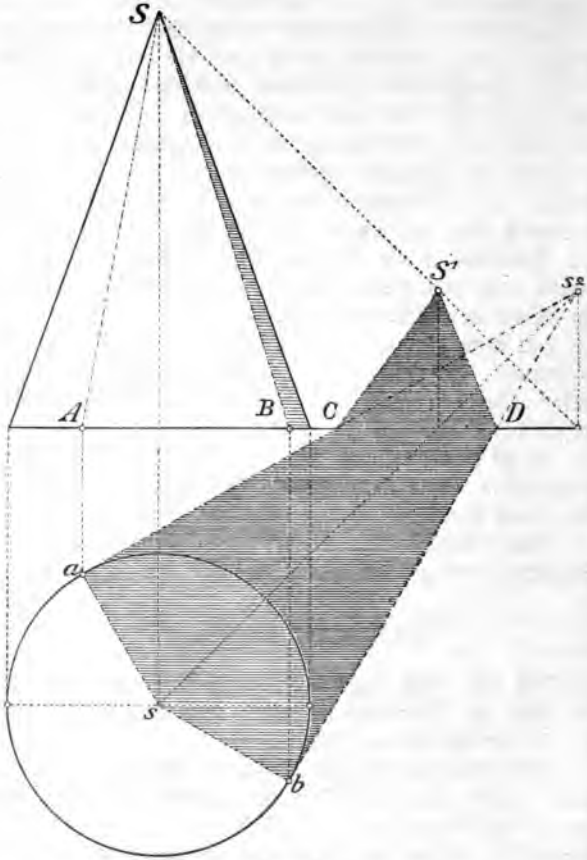


Fig. 82.

ebene; s_2 a schneidet die Aufrißebene in C und s_2 b in D; der Schatten geht nun von diesen beiden Punkten aus in der Aufrißebene weiter und zwar nach dem Schattenpunkt S^1 der Spitze S des Kegels. Lotet man jetzt noch aus den Punkten a und b bis zur Projektion des Grundkreises im Aufriß nach A und B hoch, so hat man in den Mantellinien SA und SB die Grenzen des Selbstschattens auf dem Kegelmantel.

Senkrechter Kreiskegel, auf der Spitze stehend.

Fig. 83. Der Schatten des Grundkreises um G auf die Grundrißebene wird erhalten, wenn man den Schattenpunkt m_2 des Mittelpunktes M sucht und aus m_2 mit dem gleichen Halbmesser des Grundkreises einen Kreis beschreibt; dieser Kreis bildet mit den von m an ihn gezogenen Tangenten m a und m b die Schlagschattengrenze in der Grundrißebene; die Grenzlinien schneiden den Grundschnitt in C und D; von hier aus geht also der Schatten nach der Aufrißebene über. Auf diese wirft der Grundkreis seinen Schatten in der Form einer Ellipse; sie ist durch eine Reihe von auf dem Grundkreis um M beliebig angenommenen Punkten zu konstruieren und geht durch D; die Tangente von C aus an die Ellipse schließt den Umriß des Schattens in der Aufrißebene. Der Selbstschatten ist durch Übertragung der Berührungspunkte a und b auf den Grundkreis und durch Verbindung dieser Punkte mit der Spitze zu finden.

Doppelkegel.

Fig. 84. Konstruiert man nach Art der vorhergegangenen Beispiele den Schatten des Doppelkegels in die Grundrißebene und hierauf in die Aufrißebene, so schneiden

sich die Schattengrenzen auf dem Grundschnitt. Das von s bis zum Grundschnitt in der Grundrißebene liegende Stück

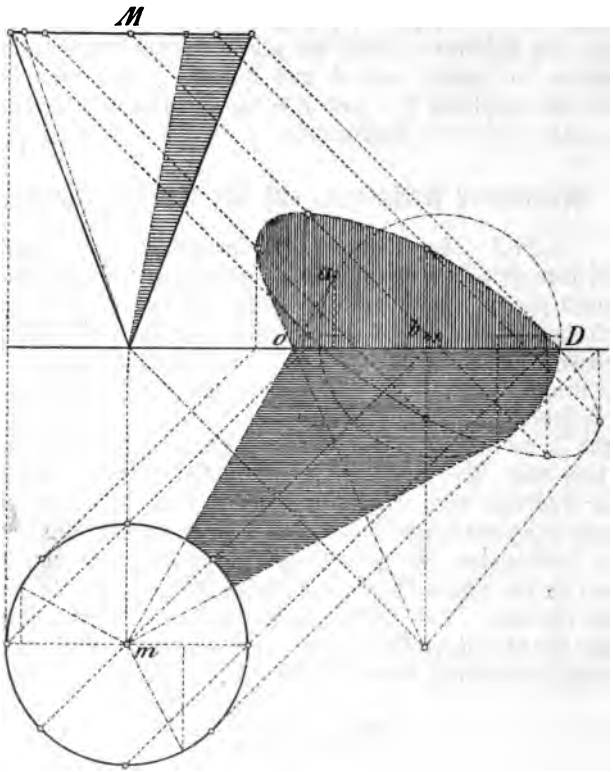


Fig. 83.

und der von hier aus aufwärts bis zum Schattenpunkt S^1 *in der Aufrißebene* liegende Teil bilden den Schlagschatten

des Doppelkegels; der Selbstschatten wird wieder gefunden durch Übertragung der Berührungspunkte der Tangenten in der Grundrißebene auf die Grundkreise und für das kurze cylindrische Stück durch Heraufloten der Mantellinie aus den Berührungspunkten der Lichtstrahlenrichtung an den Grundkreis. Interessant ist bei diesem Beispiel, wie sich der Schatten im Aufriß absetzt.

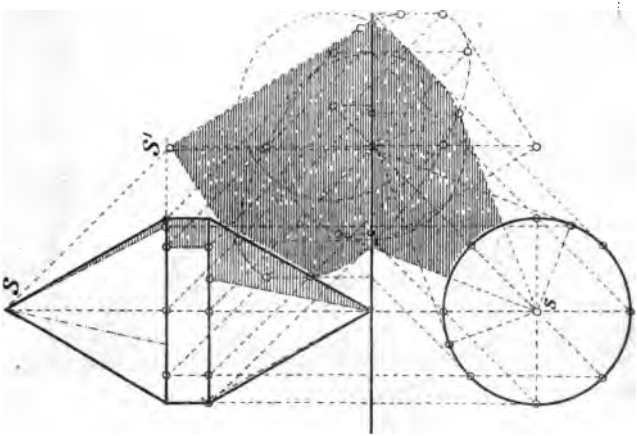
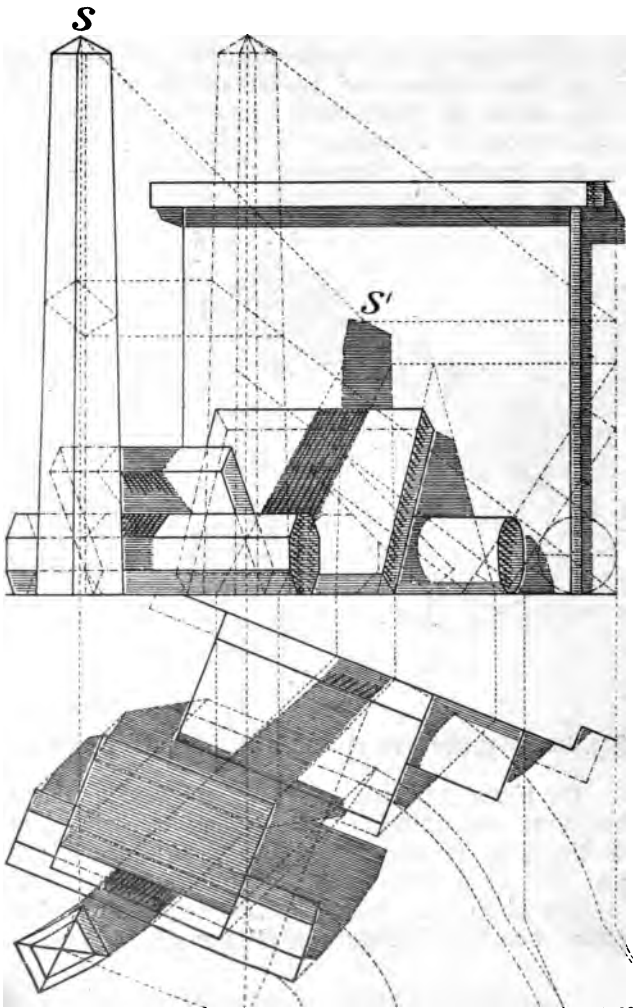


Fig. 84.

Fig. 85. Gruppe von Körpern in schräger Stellung.

Um hierbei bestimmen zu können, auf welchen Flächen das Licht noch auftreffen kann, zeichne man sich einen Seitenriß der Gruppe mit der Lichtstrahlenrichtung, und man sieht dann leicht, wo die Streiflinien liegen müssen.

Zur Bestimmung des Lichtstrahls im Seitenriß *konstruiert man* den Schattenpunkt S^1 der Spitze S an der


S
S'

Wand; damit ist die Auftreffhöhe an der Wand gegeben und die Verbindungslinie mit der Pyramidenspitze im Seitenriß bezeichnet die Lichtstrahlenrichtung. Von da ab kann die Aufgabe nach Art der bisherigen weitergelöst werden.

Fig. 86. Kugel.

Denkt man sich an eine Kugel einen Berührungscylinder in der Lichtstrahlenrichtung gelegt, so müßte dieser Cylinder jedenfalls denselben Durchmesser wie die Kugel haben; die Achse des Cylinders ginge durch den Mittelpunkt der Kugel; jede einzelne Mantellinie streifte die Kugel in einem Punkte, dessen Halbmesser auf dieser Mantellinie senkrecht stünde (nach dem geometrischen Satz: „Die Tangente eines Kreises steht auf dem Halbmesser ihres Berührungspunktes senkrecht"), alle diese Berührungspunkte zusammen liegen also in einer zu den Mantellinien (Lichtstrahlen) senkrechten Ebene, welche durch den Mittelpunkt der Kugel geht: eine solche Ebene schneidet den Cylinder nach einem Kreis, welcher auf der Kugel Großkreis ist; die Aufgabe ist also zurückgeführt auf diejenige, den Schnitt einer Ebene mit einem Cylinder zu zeichnen.

Der Gang der Lösung ist nun folgender: Ziehe in der Grundrißebene eine Gerade h h in der Lichtstrahlenrichtung; dies sei die Spur einer neuen Aufrißebene, auf welche wir nun loten wollen und die wir uns mitsamt den Lotungen in die Grundrißebene umgeklappt denken. Wir ziehen zunächst den neuen Umriß der Kugel, dessen Mittelpunkt M_2 im selben Abstand von h h liegt, wie M vom alten Grundschnitt, und ebenfalls senkrecht über m in bezug auf den neuen Grundschnitt h h; in dieser neuen Aufrißebene zeigt sich der Lichtstrahl in seiner wahren Länge *und Neigung* zur Grundrißebene; seine Richtung wird

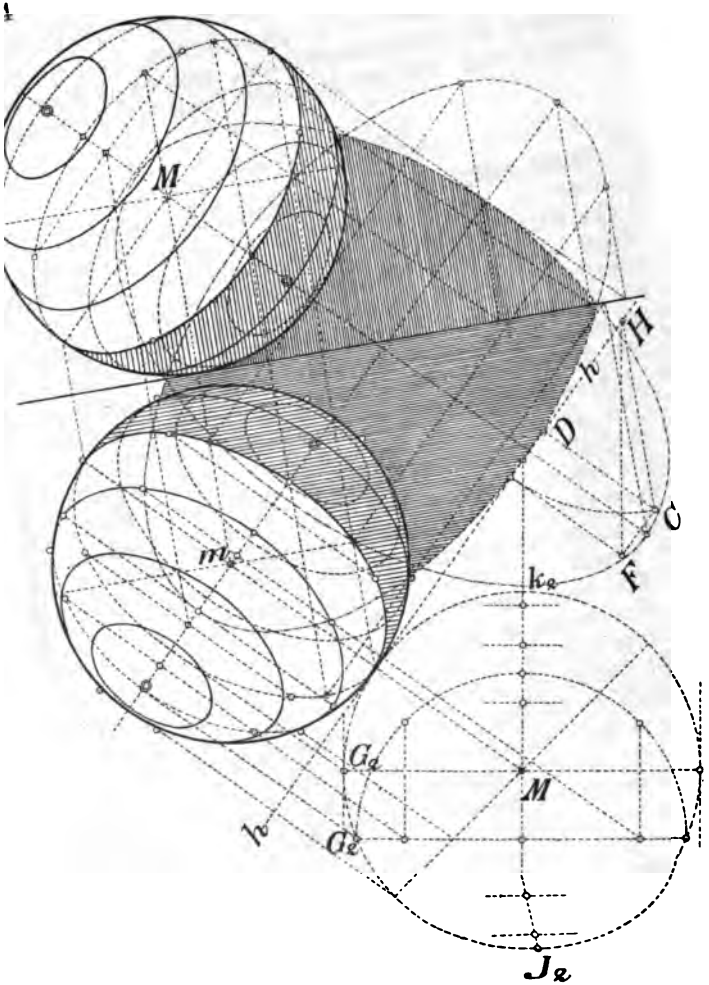


Fig. 86.

gefunden, wenn man aus dem gleichschenklig rechtwinkligen Dreieck C D H (wo die Schenkel C D = H D beliebig lang genommen werden können und dessen Lage an h h ebenfalls beliebig ist) H C nach E herunterklappt und in E eine Senkrechte errichtet, bis sie die aus C mit H D Parallele in F trifft; F H bezeichnet die neue Lichtstrahlenrichtung; zieht man an den neuen Kugelumriß die so gerichteten Tangenten, die in G_2 und H_2 berühren, so sind dies die Umriß-Mantellinien des Berührungscylinders; $G_2 H_2$ ist die Projektion der Berührungskreislinie oder der durch M_2 zu den Mantellinien senkrechte Cylinderschnitt; wird nun dieser Schnitt nach der Grundrißebene gelotet und von da nach der alten Aufrißebene übertragen, so ist damit die Grenze des Selbstschattens der Kugel gefunden. Den Schlagschatten bestimmt man wieder aus der Streiflinie in bekannter Weise durch Annahme verschiedener Zwischenpunkte.

Die Halbkugel $G_2 K_2 H_2$ liegt also im Schatten; die andere $G_2 J_2 H_2$ im Licht; wo der Strahl senkrecht auftrifft, also bei J, ist hellstes Licht, und wenn man bis G_2 in eine Anzahl Zonen einteilt, so können damit Lichtstreifen bezeichnet werden.

Ähnliches gilt für die Schattenpartie in bezug auf Abstufung durch zurückgeworfenes Licht; an $G_2 H_2$ direkt anschließend ist es am dunkelsten, weiter abwärts jedoch hellt sich der Schatten immer mehr auf, so daß er sich unten vom Schlagschatten wirksam abhebt.

Wie schon eingangs bemerkt, enthält diese sogenannte Normalkugel alle möglichen Stufen des Lichtes und des Selbstschattens, und es kommt also zur Bestimmung der Abtönung einer beliebigen Fläche nur darauf an, sie mit der gleichgerichteten Stelle dieser Normalkugel in Einklang *zu bringen*.

Drehungs-Ellipsoid.

Fig. 87. Im Aufriß berührt der Strahl in C und D, symmetrisch dazu liegen E und F; im Grundriß hat man auf dieselbe Art a, b, e und f erhalten; den Punkten a und b entsprechen im Aufriß A und B, den Punkten C und D im Grundriß c und d.

Um weitere Hilfspunkte zu erhalten, kann man die Konstruktion mit Berührungskegeln benützen. Denkt man sich von irgend einem Punkt J der verlängerten Achse des Ellipsoids an dieses einen Berührungskegel gelegt, der nach dem Parallelkreis G H berührt, so ist jedenfalls auf diesem Parallelkreis auch ein Punkt der Selbstschattenkurve (wenn der Parallelkreis nicht über dem höchsten Punkt der Streiflinie liegt), und zwar wird dies der Anfangspunkt der Mantellinie sein, die für den Kegel den Selbstschatten abgrenzt. Sucht man sich daher nach dem Verfahren in Fig. 83 diesen Punkt, so ist dieser ein Punkt der Streiflinie. Auf diese Art können beliebig viele Punkte gesucht werden. Zunächst interessant ist der höchste und tiefste Punkt; sie liegen beide in der Symmetrieebene U V. Man hat hier die Tangente in der Richtung des um 45^0 gedrehten Lichtstrahls an den Umriß des Ellipsoids zu legen, dadurch die Höhenlage des Parallelkreises zu bestimmen, auf dem der höchste Punkt liegen muß, und schließlich diesen Punkt durch einen Strahl unter 45^0 aus der Spitze des Kegels auf dem Parallelkreis abzuschneiden.

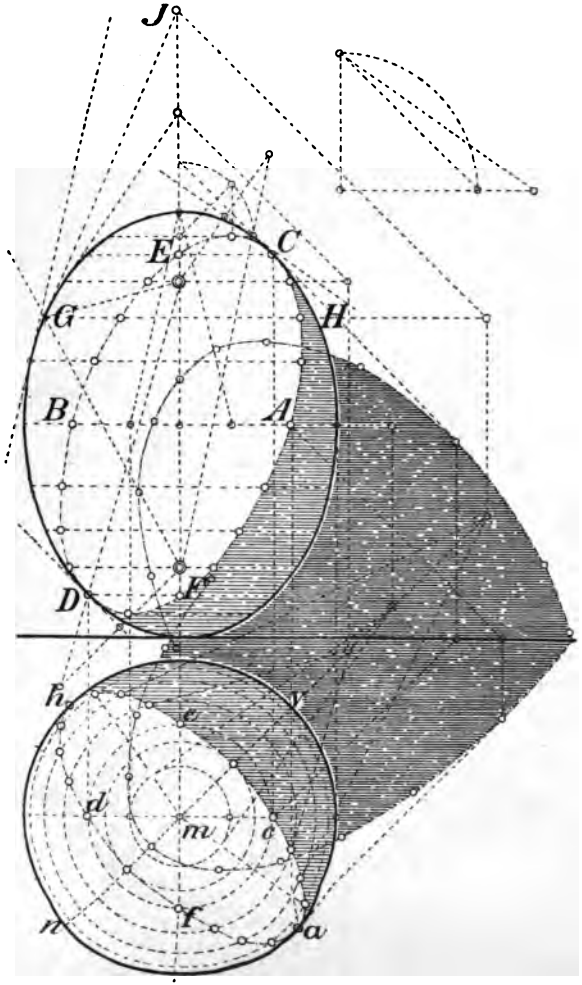


Fig. 87.